

SECUNDAIR ONDERWIJS

Onderwijsvorm: **ASO**

Graad: **derde graad**

Jaar: **eerste en tweede leerjaar**

BASISVORMING + SPECIFIEK GEDEELTE

**Economie-wiskunde
Grieks-wiskunde
Latijn-wiskunde
Moderne talen-wiskunde
Wetenschappen-wiskunde
Wiskunde-topsport**

Vak(ken):

AV Wiskunde

7/7 It/w

Leerplannummer: **2006/060**

(vervangt 2004/065)

Nummer inspectie: **2004 / 65 // 1 / G / BS / 2H / III / / D/**

(vervangt 2004 / 65 // 1 / G / BS / 1 / III // V/06)

INHOUD

INHOUD	1
BEGINSITUATIE	3
VISIE	4
ALGEMENE DOELSTELLINGEN	6
1 Vakgebonden	6
2 Onderzoekscompetentie	10
3 Vakoverschrijdend	11
LEERINHOUDEN / LEERPLANDOELSTELLINGEN	14
1 Structuren	15
1.1 Verzamelingen	15
1.2 Relaties	16
1.3 Groep, ring, veld.....	16
1.4 Vectorruimte	16
2 Algebra	18
2.1 Deling van veeltermen	18
2.2 Vergelijkingen en ongelijkheden	18
2.3 Matrices	19
2.4 Determinanten.....	20
2.5 Stelsels van vergelijkingen van de eerste graad.....	20
2.6 Complexe getallen	21
3 Goniometrie	22
3.1 Goniometrie.....	22
3.2 Formules	23
4 Analyse	24
4.1 Het veld der reële getallen	24
4.2 Reële functies.....	25
4.3 Veeltermfuncties.....	25
4.4 Rationale functies.....	26
4.5 Continuïteit	26
4.6 Limieten.....	27
4.7 Asymptoten	27
4.8 Afgeleiden	27
4.9 Verloop van functies.....	28
4.10 Irrationale functies	28
4.11 Goniometrische functies.....	29
4.12 Cyclometrische functies	29
4.13 Reële rijen en reeksen	29
4.14 Exponentiële functies	30
4.15 Logaritmische functies	30
4.16 Integralen	31
4.17 Integratiemethoden	31

ASO – 3e graad – Alle opties met 7 lt/week	
AV Wiskunde (1e leerjaar: 7 lestijden/week, 2e leerjaar: 7 lestijden/week)	2
<hr/>	
4.18 Toepassingen van integralen	32
5 Meetkunde.....	33
5.1 Analytische ruimtemeetkunde van de eerste graad	34
5.2 Analytische vlakke meetkunde van de tweede graad	34
6 Discrete wiskunde.....	36
6.1 Algemene telregels	36
6.2 Combinatieleer	36
6.3 Combinatorische toepassingen.....	37
7 Statistiek – Kansrekenen.....	38
7.1 Kansrekening	38
7.2 Kansvariabelen.....	39
7.3 Speciale kansverdelingen	39
7.4 Statistiek in twee veranderlijken.....	40
7.5 <i>Toetsen van hypothesen</i>	40
8 Facultatieve uitbreiding.....	42
VERDELING VAN DE BESCHIKBARE LESTIJDEN	43
PEDAGOGISCH-DIDACTISCHE WENKEN.....	44
1 Structuren	44
2 Algebra	45
3 Goniometrie	46
4 Analyse.....	46
5 Meetkunde.....	49
6 Discrete wiskunde.....	49
7 Statistiek - Kansrekenen	49
8 Facultatieve uitbreiding.....	50
9 Algemene wenken	51
9.1 Begeleid zelfgestuurd leren.....	51
9.2 Informatie- en communicatietechnologieën (ICT).....	52
9.3 Vakoverschrijdende eindtermen (VOET)	53
9.4 Onderzoekskompetentie	54
MINIMALE MATERIËLE VEREISTEN	56
EVALUATIE	57
BIBLIOGRAFIE.....	61

BEGINSITUATIE

WETTELIJKE TOELATINGSVOORWAARDEN TOT HET EERSTE LEERJAAR VAN DE DERDE GRAAD ASO

Kunnen als regelmatige leerlingen worden toegelaten :

1° de regelmatige leerlingen die het tweede leerjaar van de tweede graad van het algemeen, het technisch of het kunstsecundair onderwijs met vrucht hebben beëindigd;

2° de regelmatige leerlingen die het tweede leerjaar van de derde graad van het beroepssecundair onderwijs met vrucht hebben beëindigd;

3° de houders van het getuigschrift van de tweede graad van het secundair onderwijs, uitgereikt in het algemeen, het technisch of het kunstsecundair onderwijs door de examencommissie van de Vlaamse Gemeenschap, onder de volgende voorwaarde :

gunstig advies van de toelatingsklassenraad over de keuze van de studierichting, in de praktijk zal een dergelijk advies slechts opportuun zijn bij verandering van studierichting;

4° de regelmatige leerlingen van het buitengewoon secundair onderwijs, onder de volgende voorwaarden:

a) gunstig én gemotiveerd advies van de toelatingsklassenraad;

b) de minister van onderwijs of zijn gemachtigde als dusdanig beslist op aanvraag (modelformulier) van de directeur van de betrokken instelling voor voltijds gewoon secundair onderwijs.

Bij de beginsituatie zal dus rekening moeten worden gehouden met een mogelijke divergentie in de bereikte voorkennis van de leerlingen.

Van de leerlingen wordt verwacht dat zij de leerplandoelstellingen van de tweede graad voor het vakgebied wiskunde zo goed mogelijk bereikt hebben.

Het is noodzakelijk dat de leraar wiskunde van de derde graad secundair onderwijs enerzijds kennis neemt van de leerplannen van de tweede graad en anderzijds de concrete leervaksituatie van de leerlingen vaststelt.

VISIE

Tot de meest relevante criteria die bij de beoordeling van om het even welk leerplan voortdurend in de balans liggen, behoren ongetwijfeld:

- zijn *inhoud*;
- zijn *omvang*;
- zijn *structuur*;
- zijn *coherentie*.

Welke leerstofitems worden er aangeboden?

Is de verwerking ervan verenigbaar met de toegemeten tijd?

Is de aangeboden leerstof gebruiksvriendelijk en overzichtelijk ingedeeld?

Staat de aangehouden volgorde een logische opbouw van de verwerking niet in de weg?

Het zijn de antwoorden op deze en soortgelijke vragen die een belangrijke maatstaf vormen voor een eventuele appreciatie.

De visie op een leerplan behelst echter zoveel meer. Er zijn de *accenten* die worden gelegd, de *krachtlijnen* die worden uitgezet. Soms geëxpliciteerd, doorgaans tussen de lijnen te lezen, maar alleszins permanent aanwezig, vormen ze als het ware de rode draad die de teneur van een leerplan bepaalt.

Toegepast op het wiskundeleerplan ASO derde graad kunnen binnen die context worden vermeld:

- het principe van "spiral learning";
- het leerplan als brugfunctie tussen het secundair en het hoger onderwijs;
- de verdere opmars van het gebruik van ICT-middelen;
- de volgehouden aandacht voor "*problem solving*".

Het principe van "*spiral learning*" wordt via het leerplan geconcretiseerd door het geregeld heropnemen van leerstofitems uit vorige leerjaren. Hierbij kan het nooit de bedoeling zijn die leerstofitems in lengte van dagen systematisch stap voor stap te herhalen, wel ze te presenteren onder de gedaante van een synthetisch overzicht dat vervolgens als basis bij de aanbrenge van de nieuwe leerstof kan worden aangewend.

Het leerplan als *brugfunctie* tussen het secundair en het hoger onderwijs is in wezen een verlengstuk van het "spiral learning", en wel in die zin dat, naast leerstofitems met "roots" in het verleden, ook leerstofitems voorkomen met "hints" naar de toekomst (we denken hierbij bijvoorbeeld aan het onderdeel statistiek). Zo bekeken laat het leerplan toe de leerstof in te bedden tussen verleden en toekomst.

Wat de verdere opmars van *ICT-middelen* betreft, moet de leraar permanent oog hebben voor de eventuele didactische meerwaarde. Het feit dat de maatschappij ons met informatie overstelpt, dwingt de leraar er immers toe om de leerling én functioneel én kritisch met dit aanbod te leren omgaan. Controle op de betrouwbaarheid van de afgelezen resultaten, *conditio sine qua non* voor een nuttig en efficiënt gebruik, vergt hoe dan ook een grondig inzicht in de basistechnieken van de rekenvaardigheid.

Bij "*problem solving*" hoort de bemerking dat het begrip dient losgekoppeld van de restrictieve connotaties "vakoverschrijdend" en "motiverend".

Uiteraard kan het renderend zijn een hoofdstuk in te leiden met een probleemstelling die de aandacht van de leerling trekt en bij voorkeur uit een ander vakgebied wordt gelicht, maar *problem solving* is zoveel meer.

Het begint al bij de inzichtvragen die elke les zonder uitzondering moeten opluisteren.

Het hoort zeker aan bod te komen op het einde van ieder hoofdstuk of cluster van hoofdstukken.

Het bereikt echter pas zijn volle draagwijdte wanneer de leerling tegen het einde van het schooljaar geconfronteerd wordt met vakgebonden, dan wel vakoverschrijdende opgaven, waarbij uit het volledige, op dit ogenblik beschikbare arsenaal aan middelen, en dit naar eigen smaak, een keuze kan worden gemaakt. Er dient hierbij rekening gehouden te worden met vormen van zelfstandig werken en zelfstandig leren.

Zijn de eerste twee krachtlijnen (*spiral learning* en het leerplan als brugfunctie) in eerste instantie verantwoordelijk voor een geleidelijke en begeleide overstap naar *abstrahering* en betekenen de laatste twee krachtlijnen (ICT-middelen en *problem solving*) een permanente bron van *motivatie*, dan vormt hun geheel een waarborg voor *communicatieve interactie* die het inzicht bevordert, de denkprocessen expliciteert, kortom de leerling op weg helpt naar *zelfregulatie*.

Voeg daar nog enige aandacht aan toe voor de wijze waarop wiskunde zich in het verleden doorheen de verschillende culturen heeft ontwikkeld en de leerling ervaart wiskunde als een dynamisch vak.

Tenslotte is er bij de visie op een leerplan nog sprake van een derde invalshoek, zonder twijfel de subtielste van allemaal, al was het maar omdat hij ten dele afhangt van interpretatie en van uitwendige factoren.

We doelen hier op een serie van ingebouwde *evenwichten*, die door de betrokken leerkracht in overeenstemming met het studiepeil van zijn betrokken klas dienen ingevuld en verfijnd: evenwicht tussen theorie en praktijk, tussen abstract en concreet, tussen intuïtieve benadering en trefzekere bewijskracht, tussen manuele rekenvaardigheid en gebruik van rekentoestel ... Enige vereiste hierbij blijft dat, met het oog op voortgezette, algemeen vormende studies, op geen enkel moment onder een kwalitatief aanvaardbare drempel mag worden weggezakt.

Precies die gedifferentieerde keuze van evenwichten is ervoor verantwoordelijk dat, zelfs bij een identieke leerinhoud, het verschil tussen een 3u-, een 5u-, dan wel een 7u-publiek, zich op het conceptuele vlak situeert:

- qua *diepgang*, waar de aanpak van het 7u-publiek getuigt van een grotere consistentie (meer aandacht voor de samenhang tussen de verschillende items) en een grotere gestrengheid (meer aandacht voor bewijsvoering);
- qua *moeilijkheidsgraad*, waar de oefeningenkeuze in de 5u en 7u ruimschoots het triviale overschrijdt en de graad van abstraheren gevoelig hoger ligt;
- qua *inzicht*, waar in de 5u- en 7u-cursus het bijbrengen van nieuwe items als het ware tussen verleden en toekomst wordt ingebed;
- qua *parate kennis*, waar aan de "sterke" wiskundeverbruikers (5u en 7u) stringenter eisen worden opgelegd wat betreft het vlot beheersen van voorheen aangeleerde leerstof;
- qua *lesrendement*, waar, naast hoger geciteerde parameters, ook het aangewende lesritme een cruciale rol speelt (dit geldt zowel voor de 3u, de 5u als de 7u).

Samengevat mag worden geponeerd dat de visie op een leerplan, kortom het leerplanprofiel, het samenspel is van:

- een serie *relevante criteria* (dimensie 1);
- een lijst van *accenten en krachtlijnen* (dimensie 2);
- een reeks van *ingebouwde evenwichten* (dimensie 3).

Hierbij neemt niet enkel de subtiliteit van de toetsing, maar ook de algemeen vormende waarde - die ervan uitgaat - met de nummering van de dimensies toe.

Het mag symptomatisch voor de wiskundeleerplannen ASO derde graad worden genoemd dat enkele van de buiten de eindtermen en de specifieke eindtermen vallende leerstofitems de gelegenheid bij uitstek bieden om de drie vermelde dimensies aan bod te laten komen.

ALGEMENE DOELSTELLINGEN

1 Vakgebonden

De vakgebonden eindtermen wiskunde voor de derde graad ASO zijn terug te vinden op de website van de DVO, met URL:

<http://www.ond.vlaanderen.be/dvo/secundair/3degraad/aso/eindtermen/wiskunde.html>

Elk leerplan in het secundair onderwijs moet zich inschrijven in de algemene en in feite funderende doelstellingen van dit leervak. Vanuit deze algemene doelstellingen vinden de leerplandoelstellingen hun concretisering per graad.

Enkele algemene doelstellingen kunnen als volgt verwoord worden (zie eindtermen 1 tot en met 13 - waarbij de laatste drie attitudes zijn - en specifieke eindterm 19):

- de leerlingen begrijpen en gebruiken wiskundetaal;
 - de leerlingen analyseren, schematiseren en structureren wiskundige informatie;
 - de leerlingen ontleden eenvoudig mathematiseerbare problemen (onderscheid maken tussen gegevens en gevraagde, de relevantie van de gegevens nagaan en verbanden leggen ertussen) en vertalen deze naar een passende wiskundige context;
 - de leerlingen pakken wiskundige problemen planmatig aan (door eventueel hiërarchisch op te splitsen in deelproblemen);
 - bij het oplossen van wiskundige problemen reflecteren de leerlingen kritisch over het oplossingsproces en het eindresultaat;
 - de leerlingen geven voorbeelden van reële problemen die met behulp van wiskunde worden opgelost;
 - bij het oplossen van wiskundige problemen maken de leerlingen functioneel gebruik van ICT;
 - de leerlingen geven voorbeelden van de rol van de wiskunde in de kunst;
 - de leerlingen gebruiken kennis, inzicht en vaardigheden die ze verwerven in de wiskunde bij het verkennen, vertolken en verklaren van problemen uit de realiteit;
 - de leerlingen winnen informatie in over het aandeel van wiskunde in een vervolgopleiding van hun voorkeur en in hun voorbereiding erop;
-
- de leerlingen leggen een zin voor nauwkeurigheid aan de dag bij het hanteren en het toepassen van de wiskunde;
 - de leerlingen ontwikkelen zelfregulatie met betrekking tot het verwerven en verwerken van wiskundige informatie en het oplossen van problemen;
 - de leerlingen zijn gericht op samenwerking om de eigen mogelijkheden te vergroten;
-
- de leerlingen kunnen inzicht verwerven in de bijdrage van wiskunde tot de ontwikkeling van exacte en humane wetenschappen, techniek, kunst en het kritische denken.

Elk van deze doelstellingen wordt hierna, in het omschreven *vaardigheidsprofiel*, uitvoerig toegelicht.

ET 1: De leerlingen begrijpen en gebruiken wiskundetaal

Waar de tweede graad de draaischijf was voor het aanzwengelen van de communicatievaardigheid bij de leerling voor elk vak, voor wiskunde dus ook, krijgt deze vaardigheid in de derde graad zijn finale toets in voorbereiding op een vervolgopleiding in het hoger onderwijs.

Het overwegend "begrijpen" en derhalve het gaandeweg "assimileren" van wiskundetaal uit de eerste graad kreeg zijn logisch verlengstuk in het "gebruiken" en het "persoonlijk hanteren" van diezelfde wiskundetaal in de tweede graad en geniet de final touch hiervan in de derde graad.

Dit is zeker ook waar voor eventuele "nieuwe" terminologie, vooral gecentreerd rond de theorie der functies en de statistiek.

Het komt derhalve de leerkracht toe elke gelegenheid aan te grijpen om die communicatievaardigheid aan te scherpen, waarbij een belangrijke stimulans daartoe schuilt in een vraagstelling die de leerling als het ware uitnodigt datgene wat hij kent of weet op een behoorlijke manier te verwoorden.

Dit laatste impliceert dan weer dat de vloed aan vragen, in feite inherent aan de opbouw van elke wiskundeles, voldoende geschakeerd moet zijn en, uiteraard in overeenstemming met onderwijsvorm en klasniveau, ruimte moet laten voor inzichtbevorderend redeneren en voor het accuraat en voor iedereen begrijpbaar en verstaanbaar formuleren.

ET 2: De leerlingen analyseren, schematiseren en structureren wiskundige informatie

Onze snel evoluerende samenleving noopt tot soepelheid om snel en efficiënt problemen op te lossen. Geïnspireerd door het probleemoplossend denken en door zelfvertrouwen kweekt de leerling vorsingsdrang om complexe problemen op te lossen. Problemen bevatten een reeks gegevens (informatie) en monden uit in een vraag tot oplossing. Teneinde deze oplossing te kunnen bereiken of alleszins na te streven moeten de leerlingen de complexiteit van gegevens kunnen ontwarren (ontleden, analyseren), vanuit deze analyse de gegevens in schema brengen en dit schema inpassen in een passende en verantwoorde structuur.

ET 3: De leerlingen ontleden eenvoudig mathematiseerbare problemen (maken onderscheid tussen gegevens en gevraagde, gaan de relevantie van de gegevens na en leggen verbanden ertussen) en vertalen deze naar een passende wiskundige context

Bij de oplossing van een eenvoudig mathematiseerbaar probleem wordt de leerling vooreerst geconfronteerd met een arsenaal aan gegevens. Omdat niet alle gegevens bruikbaar zijn, moet de leerling de relevantie van elk gegeven kunnen inschatten om aldus de bruikbare van de niet bruikbare te scheiden. Deze relevantie wordt hetzij gedefinieerd hetzij nog versterkt door na te gaan in hoeverre er relaties bestaan tussen gegevens onderling – waardoor sommige relevante gegevens overbodig kunnen worden – en in hoeverre gegevens verband houden met het gestelde probleem.

Op dezelfde wijze maakt de leerling ook een onderscheid tussen gegevens en gevraagde teneinde enerzijds de probleemstelling duidelijk te maken en de oplossingsmethode aldus indirect voor te bereiden.

Bij het leveren van een oplossing is de wettiging van elke tussenstap vereist; bij een vraag naar een gebruikte eigenschap dient het antwoord gekozen binnen een passende cluster; bij het uitkiezen van een formule moet het zinvolle ervan nagehouden worden. In concreto baseert de leerling zich hier op de vertaling van het probleem naar een passende wiskundige context.

ET 4: De leerlingen pakken wiskundige problemen planmatig aan (door eventueel hiërarchisch op te splitsen in deelproblemen)

Eén van de vormende waardecomponenten inherent aan de wiskunde hangt samen met de kans die erin bestaat om opdrachten, opgaven, problemen, vaak langs uiteenlopende invalshoeken, te benaderen.

Het behoort blijvend tot de taak van de leerkracht, en dit bij vele gelegenheden, die diverse oplossingsmethodes naast elkaar aan te bieden en tegelijk voor- en nadelen ervan tegen elkaar af te wegen.

Omdat wiskundige problemen in de derde graad zowel compacter, als volumineuzer, als ingewikkelder aangeboden worden is een planmatige aanpak van deze problemen noodzakelijk. Een oplossingsmethode, die aanbeveling zal verdienen en vlotter tot een correct eindresultaat zal leiden, bestaat erin het probleem op te splitsen in al dan niet hiërarchische deelproblemen. De consecutieve oplossing van deze deelproblemen laat toe op een eenvoudige en doorzichtige wijze te komen tot het verhoopte eindresultaat.

ET 5: Bij het oplossen van wiskundige problemen reflecteren de leerlingen kritisch over het oplossingsproces en het eindresultaat

Het bij de hand leiden van de leerkracht doorheen het geschakeerde aanbod van oplossingstechnieken ruimde in de tweede graad al geleidelijk de plaats voor door de leerling weloverwogen individuele initiatieven. De leerling zal nu niet langer een opgelegde, maar een naar eigen smaak en interesse uitgestippelde zelfstandige oplossingskeuze maken.

Het kritisch reflecteren over zijn oplossingsproces en het daaraan verbonden eindresultaat vergt én gegedegen kennis én verdiepend inzicht vanwege de leerling; daardoor zal hij ook gemakkelijker een passende keuze maken die leidt tot de gewenste oplossing.

ET 6: De leerlingen geven voorbeelden van reële problemen die met behulp van wiskunde worden opgelost

Het is precies de toepasbaarheid van de wiskunde in andere vakgebieden en in de maatschappij die hoofdzakelijk de grootste rechtvaardiging van dit vak in het onderwijs uitmaakt. Zeker om deze reden moeten er in het onderwijs schikkingen getroffen worden om de toepassingen inderdaad tot hun volle recht te laten komen. Om een beter beeld te krijgen van deze bruikbaarheid is het noodzakelijk dat het gebruik van wiskundig materiaal in andere vakgebieden conform geschiedt aan de wijze waarop dit materiaal bij de leerlingen wordt aangebracht. Daarom ook is het volkomen zinloos dat de wiskunde in andere leervakken vulgariseerd wordt tot enkele techniekjes. De conformiteit en de waardige behandeling van wiskunde in andere leervakken zal zeker ook door de leerlingen worden bewaakt. Zij kunnen getuigenis afleggen van het utilitaire karakter van de wiskunde en kunnen daardoor ook vlot voorbeelden geven van reële problemen die met behulp van wiskunde worden opgelost.

ET 7: Bij het oplossen van wiskundige problemen maken de leerlingen functioneel gebruik van ICT

In de eerste graad is het rekentoestel een niet meer weg te denken didactisch hulpmiddel binnen de wiskundeles. In de tweede graad is dit nog uitdrukkelijker het geval, alvast in die situaties waar al te tijdroevende bewerkingen een harmonische ontwikkeling van de theorie in de weg staan. Naast het aangepast rekentoestel wordt hier ook gebruik gemaakt van de computer en passende software.

In de derde graad zal het functioneel gebruik van ICT-hulpmiddelen een logisch verlengstuk zijn van de aanwending hiervan, aangeleerd in de tweede graad. De leerlingen zijn intussen gewoon deze media te hanteren als hulpmiddel en nooit als doel op zich. Zij hebben een natuurlijke reflex tot gebruik van dit hulpmiddel bij het oplossen van wiskundige problemen.

Uiteraard moet ook hier de bediening van de toetsen gelijke tred houden met de introductie van eventuele nieuwe begrippen en de daaraan gekoppelde nieuwe operaties.

De aandacht van de leerlingen moet blijvend getrokken worden op het stelsel van grootheden waarin wordt gewerkt.

ET 8: De leerlingen geven voorbeelden van de rol van de wiskunde in de kunst

Het is algemeen geweten dat de mens instinctief de voorkeur schijnt te geven aan vormen die stipt wiskundige regels volgen; hij volgt dit instinct in wat hij zelf doet of maakt, zoals zijn kunstuiting en zijn architectuur.

De getallenreeks van Fibonacci schijnt van oudsher een mysterieuze invloed gehad te hebben op voortbrengselen van kunstenaars; de limiet van de verhouding tussen twee opeenvolgende getallen in de reeks noemt men de Gulden Snede. Niet alleen in het vooraanzicht van het Parthenon in Athene, maar ook in andere uitingen van architectuur en van beeldende kunst vindt men de verhouding van de Gulden Snede of de Gouden Rechthoek terug. Schilderwerken van Da Vinci en o.a. ook van de Franse impressionist Seurat zijn gekende toepassingsvoorbeelden. Het aanwenden van de stelling van Pythagoras in kunstwerken zou ons ook immens ver leiden; daarom wijden we er niet verder over uit.

In ontelbare schilderijen en pentekeningen werden technieken van perspectief, bekend uit de meetkunde, toegepast. In heel wat decoratieve uitingen vooral van moderne kunst werd de techniek van de figuren van Escher aangewend.

Deze beperkte greep uit het rijk der kunst, vooral schilder- en beeldende kunst, moet de leerling onder aanmoediging en aanbreng van de leraar toelaten om vele voorbeelden te geven van wiskundige toepassingen in kunstuitingen.

ET 9: De leerlingen gebruiken kennis, inzicht en vaardigheden die ze verwerven in de wiskunde bij het verkennen, vertolken en verklaren van problemen uit de realiteit

Het bij de leerlingen via de wiskunde aangekweekte probleemoplossend vermogen laat hen toe om zowel kennis als inzicht en inherente vaardigheden te hanteren wanneer zij geconfronteerd worden met problemen uit de realiteit. Ook bij de oplossing van deze problemen zullen zij de gegevens analyseren, hun relevantie en bruikbaarheid bepalen, deze in schema brengen, toetsen aan het gestelde probleem en van daaruit resultaatwaardige oplossingsmethoden aftasten. De overdrachtelijkheid van wiskundige methodieken naar oplossingschema's voor problemen uit het dagdagelijkse leven van individuen en uit de maatschappij is groter dan op het eerste gezicht vermoed wordt. Succeservaring hierbij zal leerlingen en volwassenen nog meer aanzetten tot gebruik van deze wiskundige verworvenheden.

ET 10: De leerlingen winnen informatie in over het aandeel van wiskunde in een vervolgopleiding van hun voorkeur en in hun voorbereiding erop

De leerlingen in de derde graad van het ASO hebben het einde van hun secundaire studiën in zicht; zij zijn in feite aangewezen op verdere, vooral hogere studiën (Hoger of Universitair Onderwijs). Het logisch gevolg van hun studiekeuzebegeleiding uit de eerste, tweede en enigszins ook derde graad is dat zij aandacht (beginnen te) schenken aan de vervolgopleiding die hun voorkeur wegdraagt. Het is dan ook niet onlogisch dat zij op SID-in's (Studie Informatie Dagen) of op informatiedagen georganiseerd door hogescholen en/of universiteiten informatie inwinnen over het aandeel van de wiskunde in die vervolgopleiding. Dit spaart hen verrassingen en/of ontgoochelingen in de toekomst, maar dit laat hen ook toe om enerzijds nu al actief bezig te zijn met hun voorbereiding daarop en anderzijds om uit te kijken naar en zich desgevallend te engageren voor door hogescholen of universiteiten georganiseerde voorbereidingscursussen tijdens de aanloop naar hun eerste academiejaar.

ET 11: De leerlingen leggen een zin voor nauwkeurigheid aan de dag bij het hanteren en het toepassen van de wiskunde

Het is vanzelfsprekend dat doorheen het wiskundeonderwijs, waarbij wiskunde bekend staat als een exacte wetenschap, de leerlingen permanent gewezen worden op het belang van nauwkeurig werken. We denken daarbij aan de constructie van meetkundige figuren, maar ook aan het tekenen van bijvoorbeeld functies in de analyse. Maar niet alleen het tekenwerk dient met de nodige nauwkeurigheid te verlopen, ook bij het rekenwerk is dit heel belangrijk. Zo is het bijvoorbeeld heel belangrijk leerlingen te wijzen op problemen die kunnen ontstaan bij het gebruiken van afrondingen bij 'tussenberekeningen', die in vele gevallen niet echt noodzakelijk zijn.

Maar ook bij de opbouw van de theorie speelt nauwkeurigheid een belangrijke rol, niet alleen bij het correcte gebruik van het wiskundig formularium, maar eveneens bij de juiste verwoording ervan. Het is bij dit laatste dat er nogal eens wat durft mis te lopen, vandaar dat dit bijzondere aandacht vraagt.

ET 12: De leerlingen ontwikkelen zelfregulatie met betrekking tot het verwerven en verwerken van wiskundige informatie en het oplossen van problemen

Het is logisch dat leerlingen bij het ervaren van moeilijkheden bij het oplossen van wiskundige problemen en het verwerven en verwerken van wiskundige informatie, deze moeilijkheden trachten te overwinnen. Dit vraagt in de meeste gevallen een bijsturing van het leerproces, waarbij de rol van de leerkracht zeker niet mag onderschat worden. Het optimale niveau is natuurlijk zelfregulatie door de leerlingen, waarbij de ondersteuning door de leerkracht herleid wordt tot nul. Deze bijsturing van het leerproces is een belangrijke attitude voor de toekomst van de leerlingen, hetzij bij verdere studies, hetzij in het beroepsleven. Daarom verdient deze doelstelling zeker de nodige aandacht.

ET 13: De leerlingen zijn gericht op samenwerking om de eigen mogelijkheden te vergroten

Het is logisch dat, mede in het licht van de vakoverschrijdende eindtermen sociale vaardigheden, leerlingen de attitude tot samenwerken aanleren. Hierbij dienen voor de leerlingen een aantal voordelen tot uiting te komen. Ten eerste moeten leerlingen inzien dat ze heel wat kunnen opsteken van medeleerlingen, die zich bij de beginsituatie op een gelijk niveau bevinden. Ten tweede moet bij leerlingen het inzicht groeien dat bij goede samenwerking het geheel groter is dan de som der delen.

DSET 19: De leerlingen kunnen inzicht verwerven in de bijdrage van wiskunde tot de ontwikkeling van exacte en humane wetenschappen, techniek, kunst en het kritische denken.

Het is vanzelfsprekend dat de leerlingen leren dat wiskunde geen volledig apart bestaan leidt. Bij de onderstaande inhoudelijke leerplandoelstellingen wordt regelmatig gerefereerd naar toepassingen van buiten de wiskunde (zowel uit de exacte als de humane wetenschappen). Dit om duidelijk te maken dat het belangrijk is leerlingen te leren omgaan met wiskunde als hulpmiddel bij realistische vraagstukken. Zeker bij statistiek is dit heel belangrijk, waarbij het ook belangrijk is leerlingen kritisch te laten nadenken over het gebruik van statistiek in de media.

Daarnaast kan men ook heel wat onderwerpen inleiden met een historische context, om aan te duiden dat door de eeuwen heen wiskunde ontwikkeld is in samenhang met de problemen en opvattingen van die tijd.

2 Onderzoekscompetentie

Verdere specificaties in verband met de onderzoekscompetentie zijn te vinden bij de “Algemene wenken”, paragraaf 9.4.

Specifieke eindtermen zijn doelen met betrekking tot de vaardigheden, specifieke kennis, inzichten en attitudes waarover een leerling van het voltijds secundair onderwijs beschikt om vervolgonderwijs aan te vatten en/of als beroepsbeoefenaar te kunnen fungeren. Voor deze eindtermen geldt een resultaatsverplichting, maar ze dienen slechts op het einde van de derde graad te worden bereikt.

Drie van deze specifieke eindtermen zijn gelijklopend voor alle polen en hebben betrekking op onderzoeksvaardigheden. Ze worden hieronder opgesomd:

DSET 20: De leerlingen kunnen zich oriënteren op een onderzoeksprobleem door gericht informatie te verzamelen, te ordenen en te bewerken.

DSET 21: De leerlingen kunnen een onderzoeksopdracht met een wiskundige component voorbereiden, uitvoeren en evalueren.

DSET 22: De leerlingen kunnen de onderzoeksresultaten en conclusies rapporteren en ze confronteren met andere standpunten.

In het hoger onderwijs wordt nog maar relatief recent zo uitdrukkelijk de nadruk gelegd op methodologische vaardigheden. Men zou er verkeerdelijk van uit kunnen gaan dat onderzoeksvaardigheden gelijk staan aan het uitvoeren van een experiment. Dit is slechts een onderdeel van de vele onderzoeksmethoden, die kunnen verschillen van pool tot pool.

Onderzoeksvaardigheden leunen aan bij de behoeften van een informatiemaatschappij waar het beheren van kennis aan belang wint. Met onderzoekscompetentie zouden de leerlingen het proces (zoals beschreven in paragraaf 9.4 bij de “Algemene wenken”) moeten kunnen doorlopen en consistent uitvoeren, de combinatie van kennis en vaardigheden beheersen.

Tegelijkertijd tonen de leerlingen ermee aan dat ze actief met nieuwe leerstof kunnen omgaan en zelfstandig kunnen werken en leren. Zelfstandig betekent in deze context niet dat de leerling alles zelf dient te doen, integendeel, zelfstandig werken en leren kan best beginnen met twee of meer leerlingen die samen een onderzoek verrichten. Hierbij vervult de leerkracht de rol van coach of begeleider.

Men dient alleszins voor ogen te houden dat een leerling uit de derde graad secundair onderwijs niet wordt verondersteld te kunnen denken en handelen als een volleurde onderzoeker. De bedoeling van de specifieke eindtermen in het ASO is trouwens de leerlingen voor te bereiden op vervolgonderwijs, waar onderzoekscompetentie hoe langer hoe meer (en uitvoeriger) aan bod komt.

Er is een verschuiving van leren leren naar zelfstandig leren. De klemtoon moet verschuiven naar het proces van kennisverwerving, naar het aanleren van de vaardigheid van kennisverwerving, naar het aanleren van de vaardigheid nieuwe vaardigheden aan te leren en naar sociale en communicatieve vaardigheden. Het onderwijs levert dan geen “afgestudeerden”, maar lerenden die in staat zijn om morgen te leren wat er dan te leren valt. Hieruit volgt ook dat de leraar als coach of leertrajectbegeleider optreedt.

Er is ook een verschuiving van kennen óf kunnen naar kennen én kunnen én attitude. Het ene is niet meer superieur ten opzichte van het andere, ze zijn complementair en dragen bij tot een volledige persoonlijkheidsontwikkeling.

We voorzien binnen dit leerplan een tiental lestijden om binnen de derde graad effectief en efficiënt aan deze onderzoekscompetentie te werken. Dit betekent geenszins dat de leerlingen hier thuis niet zouden moeten aan werken, maar begeleiden door de leerkracht is wel essentieel. Voor mogelijke onderwerpen waarrond een onderzoek door de leerlingen zou kunnen worden gevoerd verwijzen we in eerste instantie naar de onderwerpen die worden aangehaald bij de facultatieve uitbreiding.

3 Vakoverschrijdend

Voorbeschouwingen specifiek voor het vak wiskunde

Het is al te simplistisch een of andere vakoverschrijdende eindterm te willen vastpinnen op een of meer vakinhoudelijke doelstellingen. Het is de totaliteit van de vakinhoudelijke doelstellingen die tot een bepaalde vakoverschrijdende eindterm bijdraagt.

Het is eveneens al te simplistisch een bepaalde vakoverschrijdende eindterm kost wat kost via één of meerdere vakinhoudelijke doelstellingen gestalte te willen geven. Het zou niet enkel volslagen kunstmatig overkomen, maar tevens een nulrendement opleveren.

Vanuit dit standpunt benaderd zijn de vakoverschrijdende eindtermen geen doelstellingen van neven- of ondergeschikt belang, maar zijn ze veeleer "lichtbakens" die de vakinhoudelijke doelstellingen helpen oriënteren.

In het verlengde daarvan is het dan wel zo dat iedere afzonderlijke vakinhoudelijke doelstelling een dubbele functie heeft. Enerzijds een bijdrage leveren (hoe miniem soms ook) in de uitbouw van de wiskunde, anderzijds een bijdrage leveren (hoe miniem soms ook) in de uitbouw van de betrokken vakoverschrijdende eindterm.

Dergelijke tweesporige benadering, "wiskunde om de wiskunde" langs de ene kant, "wiskunde als vakoverschrijdende hefboom" langs de andere kant, verleent hoe dan ook een meerwaarde aan de interpretatie, aan de draagwijdte, kortom aan de verwerking van het leerplan.

De vakoverschrijdende eindtermen kunnen op het onderstaande adres worden teruggevonden:

<http://www.ond.vlaanderen.be/dvo/secundair/3degraad/index.html>

A LEREN LEREN

1 Opvattingen over leren

Elk leerplan moet, al was het maar vanuit het oogpunt van zijn coherentie, de aaneenschakeling zijn van het opslaan, het ordenen, het (her)structureren en het extrapoleren van een, voor een goed vervolg, onontbeerlijke parate kennis.

De diverse leerplannen wiskunde spelen hier stellig op in, niet enkel extern bekeken over de leerjaren heen (verticale dimensie), maar ook intern gefocust op één leerjaar (horizontale dimensie).

Die evolutie, niet enkel in aanpak maar ook in moeilijkheidsgraad, die achtereenvolgens geheugen, inzicht, abstractievermogen en oplossingsvaardigheid stimuleert, gaat uiteraard gepaard met een parallelle evolutie en soepelheid in leeropvattingen en leermotieven, kortom in leerstijl, bij de leerlingen.

2 Informatie verwerven en verwerken

Informatie op een *efficiënte manier verwerven* impliceert vooreerst een inzichtelijke kennis van alle beschikbare informatiebronnen, niet te vergeten, en allicht in eerste instantie van het eigen geheugen.

Informatiebronnen op een *kritische manier kiezen* heeft veeleer uitstaans met het positioneren van het betrokken probleem binnen de juiste context van de leerstof.

Informatie op een *efficiënte manier verwerken* stoelt in hoofdzaak op de vaardigheid om vlot, en dit naargelang van het betrokken probleem, van formele naar informele taal of andersom te kunnen overstappen. Het steunt kortom op de taal-, respectievelijk mathematiseringsvaardigheid van de leerling.

Informatie *kritisch verwerken* doet dan weer beroep op het analytisch, respectievelijk het synthetisch vermogen waardoor een functionele toepassing in verschillende situaties vanzelfsprekend wordt.

Hoe dan ook is het efficiënt en kritisch verwerven en verwerken van informatie geslaagd in de mate dat ze bijdragen tot het probleemoplossend denken bij de leerling en tot een verantwoorde evaluatie van de gevonden oplossingen.

Van alle hoger geciteerde aspecten rond verwerken en verwerven van informatie zijn de leerplannen wiskunde doordrongen.

3 Regulering van het leerproces

(Zelf)regulering is een groeiproces dat, zoals elke attitude, vele watertjes moet doorzwemmen alvorens bereikt te worden.

Een realistische werk- en tijdsplanning vergt, naast grondig inzicht in de taak waarvoor men geplaatst staat, vooral een wikkelen en wegen van eigen sterke en zwakke punten.

Het leerproces beoordelen op doelgerichtheid vergt een open oog voor het onderscheid tussen essentie en details, het weten van het bestaan van diverse oplossingsmethodes en het maken van de meest efficiënte keuze hieruit.

Het trekken van toekomstgerichte constructieve conclusies uit leerervaringen is uiteraard pas mogelijk en zinvol na het lukken, maar eerder nog na het mislukken van vergelijkbare opdrachten.

Tenslotte is het indijken van het gevoel, dat mislukken veelal aan subjectieve oorzaken is toe te schrijven, enkel te bereiken via een in toenemende moeilijkheidsgraad goed gedoseerde oefeningencyclus die de leerling herhaaldelijk succeservaringen heeft opgeleverd.

Uit al wat voorafgaat moet blijken dat de rode draad op de weg naar (zelf)regulering in eerste instantie neerkomt op het aanbod van uitvoerig oefenmateriaal, bij voorkeur homogeen gespreid zowel in tijd als in moeilijkheidsgraad.

Het ligt in de aard van het vak zelf dat wiskundeleerplannen daar alle ruimte en gelegenheid toe bieden.

4 Keuzebekwaamheid

De wiskunde in het leerplan van de derde graad wordt opgedeeld in onder meer: reële functieleer, algebra en statistiek. Dwars door die tussenschotten heen worden accenten afwisselend gelegd op:

- de reken- en tekenvaardigheid,
- het inzicht- en abstraheringsvermogen,
- de taal- en de mathematiseringvaardigheid,
- het analytische en het synthetische vermogen,
- de theoretische en de praktische aspecten.

Dit alles laat de leerling op ieder moment toe zich t.o.v. elk van die fragmentaire deelaspecten te positioneren, eigen interesses en capaciteiten te taxeren, kortom een zelfbeeld te vormen op basis van betrouwbare gegevens.

Levert bovenstaande een antwoord op de vraag naar *zelfconceptverheldering*, dan dient diezelfde opsomming van fragmentaire deelaspecten als leidraad voor *horizonverruiming*, in die zin dat een al dan niet positieve invulling ervan de leerling het besef bijbrengt van zijn studie- en beroepsmogelijkheden.

Uiteindelijk brengt die onbevooroordeelde houding ten aanzien van studieloopbanen en beroepen de leerling bij dat een *keuzestrategie* neerkomt op het opmaken van een balans waarbij diverse deelaspecten tegen elkaar worden afgewogen en waarin de leerling zich moet kunnen positioneren.

B SOCIALE VAARDIGHEDEN

1 Interactief competent worden

Wiskunde is één van die vakken die het op elk moment mogelijk maakt om de leerling interactief bij het leerproces te betrekken.

Dit gebeurt dan via opdrachten die, qua moeilijkheidsgraad, variëren van "routinevragen" die omzeggens louter het geheugen aftasten, over "verstandsvragen" die naar inzicht en abstraheringsvermogen peilen, tot "uitdagingen" die het analytisch en synthetisch vermogen op de proef stellen.

Omdat leerlingen in de derde graad nog zelfstandiger en actiever in samenwerkingsverband moeten leren werken, leren zij daardoor voor- en nadelen van relatievormen kennen, leren zij eigen emoties beheersen en die van anderen herkennen en kunnen zij daardoor ook bewuste keuzes maken m.b.t. relatievormen.

2 Streven naar duidelijke communicatie

Enkel datgene wat men degelijk beheerst, kan men klaar en duidelijk uitleggen. Dit is alleszins een motto waartoe de wiskunde meer dan haar steentje bijdraagt.

Wordt tijdens de fase van het opslaan van parate kennis nog vrede genomen met een tekstueel nazeggen van definities en eigenschappen, dan wordt tijdens de opeenvolgende fasen van het ordenen en het (her)structureren van diezelfde parate kennis van de leerling verwacht dat hij zich met eigen woorden en even correct van alle verworven terminologie kan bedienen, om uiteindelijk, tijdens de fase van het extrapoleren, de gekozen oplossingsmethodes en de daaraan voorafgaande redeneringen voldoende vlot te kunnen verwoorden.

Kennis van het zelfbeeld en respect voor de anderen laten toe om situaties van daaruit te benaderen.

3 Constructief participeren aan de werking van sociale groepen

Niet alleen vanuit al dan niet in de les opgedragen samenwerkingsvormen met andere leerlingen, maar ook vanuit de ervaring van het groepsleven waarin de leerling door het schoolsysteem wordt gedompeld, leert elke leerling de doelstellingen van de groepeeringsvormen formuleren en realiseren. Zij leren daardoor ook optimaal rendement halen uit de belangen en de risico's van deze samenlevings- en samenwerkingsvormen, maar ervaren ook de noodzaak aan evenwicht tussen individueel en groepsbelang. Inherent hieraan worden zij dan ook uitgedaagd om in respect voor gezag en beperkingen hun eigen verantwoordelijkheid op te nemen.

4 Conflicthantering en overleg

In het verlengde van het "zorg dragen voor relaties" kunnen, ditmaal op microniveau, groepsopdrachten, gecentreerd rond ietwat complexere wiskundeopgaven, die "link" met bovenvermelde relatieaspecten nog verder verstevigen. Alvast in overleg gemaakte afspraken en gelijkwaardige taakverdelingen zijn hier volop aan de orde. Conflicten zijn hierbij niet uitgesloten. De leerlingen leren hiervan de rol en de benadering kennen. Zij leren tevens deze conflicten te hanteren in een evenwicht van eigenbelang en respect voor de anderen en passen hiervoor de aangewezen strategieën toe.

C OVERIGE VAKOVERSCHRIJDENDE RUBRIEKEN

Het uitgebreid focussen op de vakoverschrijdende eindtermen rond *LEREN LEREN* enerzijds, *SOCIALE VAARDIGHEDEN* anderzijds, wil geenszins zeggen dat wiskunde zich van de overige vakoverschrijdende rubrieken compleet distantieert.

Het betekent wel dat haar aanpak op die andere terreinen eerder onrechtstreeks gebeurt en alleszins veeleer op occasionele leest is geschoeid.

Uiteraard zullen zij vanuit hun toenemende volwassenheid zowel op school als daarbuiten meer betrokken worden bij milieu-initiatieven en leren zij dit milieu nog beter identificeren en respecteren. Hun zorg voor milieu en natuur en hun verantwoord omgaan met verkeer en mobiliteit vanuit een ruimtelijk beleidsinzicht draagt bij tot hun versterking in *MILIEUEDUCATIE*.

Zo kan niet worden ontkend dat de zorg besteed aan het in groep probleemoplossend samenwerken nauwelijks anders kan dan positief inwerken op het inoefenen van inspraak en participatie, het onderscheiden van meerderheids- en minderheidsstandpunten, het erkennen van rechten en plichten, het respecteren van de argumenten van anderen, kortom het opwaarderen van een serie aspecten uit *OPVOEDEN TOT BURGERZIN*.

Het gewicht van wiskunde binnen het curriculum - niet enkel het aantal wekelijkse lessen, maar vooral het decisieve karakter bij de keuze van verdere studierichtingen spelen hier een hoofdrol - brengt met zich mee dat de leerkracht wiskunde, zij het dan wel latent en ten dele onbewust, voortdurend de leerling leert omgaan met taakbelasting en examenstress, alleszins één van de belangrijkste aspecten uit het uitgebreide gamma van de *GEZONDHEIDSEUCATIE*.

Wiskunde, al was het maar omwille van de logica in haar opbouw en de variatie in de oplossingsmethodes op zich reeds een oase van creativiteit, kan, via passend gekozen oefenmateriaal en de inbreng van illustratieve ICT-middelen, aan de abstracte dimensie van die creativiteit een concretere invulling bezorgen en aldus bijdragen tot de *MUZISCH-CREATIEVE VORMING*, meer i.h.b. gesitueerd in de schilder-, beeldhouw- en bouwkunst.

Tenslotte is het ook niet te loochenen dat de exacte wetenschappen in het algemeen, en wiskunde in het bijzonder, een grote rol hebben gespeeld bij de industriële ontwikkeling. Deze ontwikkeling speelt zich vandaag af op technisch niveau. Hieruit volgt dat het wiskundeonderwijs eveneens een bijdrage zal leveren – zij het in de meeste gevallen onrechtstreeks via toepassingen – tot de *TECHNISCH-TECHNOLOGISCHE VORMING*.

LEERINHouden / LEERPLANDOELSTELLINGEN

Bij de onderstaande profielen zijn een aantal inhouden met bijbehorende leerplandoelstellingen aangeduid als facultatief. Dit betekent dat deze *niet moeten* gerealiseerd worden. Dit betekent geenszins dat deze niet interessant of belangrijk zouden zijn in het geheel van de vorming, maar het facultatief stellen ervan biedt de leerkracht de pedagogisch-didactische vrijheid zijn eigen accenten te leggen. Dit zowel wat betreft zijn keuze over het al dan niet behandelen van de facultatieve doelstellingen als wat betreft het eventuele uitdiepen van verplichte leerplandoelstellingen.

Deze facultatieve leerinhouden en leerplandoelstellingen zijn cursief weergegeven en worden in de kolom ET en/DSET aangeduid met 'fac'.

1 Structuren

Structuren laten zich nauwelijks of niet binnen één welomschreven wiskundeprofiel (algebra, meetkunde, discrete wiskunde, ...) opsluiten. Veeleer krijgen ze een trechterrol toebedeeld, in die zin dat ze enerzijds reeds verwerkte leerstof helpen (her)structureren, anderzijds diezelfde leerstof ondergeschikt maken aan een coherenter en nog te ontginnen ruimer geheel.

Als zodanig verdienen ze een aparte plaats in de inhoudelijke opsomming van het leerplan, niet zozeer dus als doel op zich, wel als hulpmiddel bij uitstek dat bijdraagt tot het realiseren van een hele serie van profiel- en zelfs vakoverschrijdende doelstellingen.

Zo helpen ze de leerling op elk moment te ervaren:

- hoe het hiërarchisch ordenen en dus het herpartitioneren van behandelde leerstof bijdraagt tot het opdrijven van zijn analyse- en synthesevermogen;
- hoe het aanreiken van basisbegrippen met de daarbijhorende terminologie en symboliek meewerkt aan het optimaliseren van zijn mathematiseringsvermogen en taalvaardigheid;
- hoe het ontdekken van analogieën tussen op het eerste zicht wezenlijk verschillende items aanzet tot het verder ontwikkelen van zijn abstraheervermogen;
- hoe het geleidelijk overglijden van een eerder intuïtieve naar een meer deductieve aanpak van de wiskunde de weg verder effent naar het scherper stellen van zijn redeneervermogen.

Die eis van permanente ervaring houdt meteen ook in dat het profiel “Structuren” niet het thema kan zijn van één ononderbroken lessenreeks, maar dat voor het stichten van elk afzonderlijk begrip het meest opportune moment dient afgewacht. Zo kunnen bespiegelingen rond de verschillende soorten van relaties de weg effenen tot een gefundeerder inzicht in de reële functies, kan de notie van groep haar plaats krijgen bij het oplossen van vergelijkingen, kunnen de begrippen ring en veld respectievelijk in de theorie van de matrices en van de complexe getallen worden ingeschakeld, kunnen de vectorruimten de aanloop vormen tot de analytische ruimtemeetkunde.

Aldus opgevat ervaren de leerlingen de leer der verzamelingen, de leer der relaties en de invoering van de structuren:

- vooreerst als een hulpmiddel om vroegere en toekomstige leerstof te ordenen en te synthetiseren;
- vervolgens als een gemeenschappelijk steunvlak bij het verkennen van diverse domeinen van de wiskunde;
- tenslotte als een verdere stap op weg naar een meer deductieve en meer abstracte aanpak van de wiskunde.

1.1 Verzamelingen

ET	DSET	Leerinhouden	Leerplandoelstellingen
		1.1.1 Inleidende begrippen	De leerlingen:
		1.1.2 Product van verzamelingen	<ul style="list-style-type: none"> • kennen het begrip verzameling;
		1.1.3 Partitie	<ul style="list-style-type: none"> • kennen de begrippen element van een verzameling en deelverzameling;
		1.1.4 Toepassingen	<ul style="list-style-type: none"> • kunnen de unie, de doorsnede en het verschil van verzamelingen bepalen; • kunnen het complement van een verzameling bepalen; • kunnen op Venndiagrammen terugvallen om bovenstaande begrippen aanschouwe-

ET	DSET	<i>Leerinhouden</i>
----	------	---------------------

Leerplandoelstellingen

- lijk voor te stellen;
- kunnen het product van verzamelingen bepalen;
 - kennen het begrip partitie van een verzameling;
 - kunnen een verzameling in partities opdelen;
 - kunnen aan de hand van voorbeelden de taal van de verzamelingen hanteren.

1.2 Relaties

ET	DSET	<i>Leerinhouden</i>
		1.2.1 Relatie, functie, afbeelding, bijectie
		1.2.2 Equivalentierelatie, orderrelatie

Leerplandoelstellingen

De leerlingen kennen:

- het begrip relatie tussen twee verzamelingen als verzameling van koppels;
- de begrippen relatie, functie, afbeelding, bijectie;
- de eigenschappen reflexief, antireflexief, niet-reflexief, symmetrisch, antisymmetrisch, niet-symmetrisch en transitief;
- modellen van orderrelaties, strikte orderrelaties en equivalentierelaties.

1.3 Groep, ring, veld

ET	DSET	<i>Leerinhouden</i>
		1.3.1 Definities
		1.3.2 Elementaire eigenschappen
		1.3.3 Eenvoudige voorbeelden
		1.3.4 Isomorfisme

Leerplandoelstellingen

De leerlingen:

- kennen de structuur van een groep, veld en vectorruimte vanuit een verzameling waar één of twee bewerkingen aan gekoppeld worden;
- kunnen de axioma's van een (niet-)commutatieve groepsstructuur opsommen en deze herkennen in eenvoudige voorbeelden.

1.4 Vectorruimte

ET	DSET	<i>Leerinhouden</i>
	5	1.4.1 Definities
		1.4.2 Lineaire (on)afhankelijkheid van vectoren

Leerplandoelstellingen

De leerlingen:

- kunnen voor geordende tweetallen (elementen van \mathbb{R}^2) en geordende drietallen (elementen van \mathbb{R}^3) de basiseigenschappen van een reële vectorruimte herkennen en concreet toepassen;

- 1.4.3 Basis en dimensie
- 1.4.4 Coördinaat
- 1.4.5 Isomorfe vectorruimten
- 1.4.6 Deelruimten

- kennen het begrip lineaire (on)afhankelijkheid;
- kunnen bepalen of gegeven vectoren al dan niet lineair afhankelijk zijn;
- kennen de begrippen basis, dimensie en coördinaat;
- kennen de bijhorende terminologie zoals deelgroep en commutatieve groep;
- kennen de begrippen isomorfe vectorruimte en deelruimte.

2 Algebra

Het profiel “Algebra”, bestemd voor het SO in zijn totaliteit, situeert zich in hoofdzaak binnen de tweede graad. De resterende deelprofielen van de derde graad kunnen derhalve in essentie slechts een aanvullende en/of dienende rol worden toegemeten.

Het deelprofiel “Vergelijkingen en ongelijkheden” is van die dubbele functie een treffend voorbeeld, in die zin dat reeds bestudeerde soorten vergelijkingen met nieuwe types worden uitgebreid (aanvullende rol), terwijl, via vergelijkingen van rechten en vlakken enerzijds, het berekenen van de nulwaarden van gegeven functies anderzijds, respectievelijk tot de analytische meetkunde en de analyse een markante bijdrage wordt geleverd (dienende rol).

De deelprofielen “Matrices” en “Determinanten” nestelen zich veeleer in de dienende rol met uitlopers naar andere profielen zoals “Structuren” en “Meetkunde”, maar ook met wederzijdse bevruchting bij het oplossen en het bespreken van stelsels vergelijkingen.

Het deelprofiel “Complexe getallen” daarentegen, als sluitstuk van de gestage uitbreiding van het getalbegrip, met zijn opheffen van uitzonderingen rond onuitvoerbare bewerkingen, met zijn veralgemening in het aantal oplossingen van gegeven veeltermvergelijkingen en met zijn, via het vlak van Gauss, nieuwe invulling van het geijkte vlak, hoort veeleer thuis in het domein der aanvullingen.

In die logische lijn van “aanvullen en dienen” ligt het voor de hand dat het profiel “Algebra” eerder vooraan in de afwerking van het leerplan postvat, met niettemin die bedenking dat met het oplossen van de nieuwe types vergelijkingen het best kan worden gewacht tot op het moment dat de overeenstemmende functies in de analyse aan bod komen.

Kwestie van enerzijds het parallelisme, anderzijds de mogelijke extrapolatie via meetkundige bespiegelingen te beklemtonen en derhalve de doelstellingen globaal te kunnen formuleren, werden inhoudelijk alle in de derde graad te bestuderen types van vergelijkingen in één rubriek gegroepeerd.

2.1 Deling van veeltermen

ET	DSET	Leerinhouden
	1	Deling van veeltermen

Leerplandoelstellingen

De leerlingen kunnen:

- de deling van veeltermen met reële coëfficiënten in één onbepaalde x uitvoeren;
- de deling door $x-a$ uitvoeren bij het ontbinden in factoren.

2.2 Vergelijkingen en ongelijkheden

ET	DSET	Leerinhouden
24	11	2.2.1 Vergelijkingen en ongelijkheden in één onbekende
30		- veeltermvergelijkingen en
32		-ongelijkheden met graad groter

Leerplandoelstellingen

De leerlingen:

- kennen de algebraïsche rekentechnieken en de theoretische achtergrond om elk type vergelijking en ongelijkheid op te lossen en de oplossingenverzameling af te beelden, en kunnen hierbij op functionele wijze gebruik maken van ICT;

ET	DSET	<i>Leerinhouden</i>	<i>Leerplandoelstellingen</i>
		<p>dan 2</p> <ul style="list-style-type: none"> - rationale vergelijkingen en ongelijkheden, - irrationale vergelijkingen, - exponentiële vergelijkingen, - logaritmische vergelijkingen; - goniometrische vergelijkingen. 	<ul style="list-style-type: none"> • kunnen uit de betrekking $a^b = c$ de derde veranderlijke berekenen als de twee andere gegeven zijn, eventueel met behulp van ICT • kunnen elk type vergelijking onderscheiden; • kunnen de opgedane kennis in verband met het oplossen van vergelijkingen in één onbekende toepassen in de analyse, meer bepaald bij het bepalen van de nulwaarden van een functie en de grafische betekenis ervan.
32		2.2.2 Veeltermvergelijkingen van de eerste graad in 2 of 3 onbekenden	<p>De leerlingen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • kennen de algebraïsche rekentechnieken en de theoretische achtergrond om veeltermvergelijkingen van de eerste graad in 2 of 3 onbekenden op te lossen; • kunnen onderscheid maken tussen de oplossingenverzamelingen van vergelijkingen in 1, 2 of 3 onbekenden, namelijk \mathbb{R}, \mathbb{R}^2 of \mathbb{R}^3 (of deelverzamelingen hiervan); • kunnen de volgende verbanden leggen met de meetkunde: <ul style="list-style-type: none"> - de vergelijking van een punt op de geijkte rechte, - de vergelijking van een rechte in het geijkte vlak, - de vergelijking van een vlak in de geijkte ruimte.

2.3 Matrices

ET	DSET	<i>Leerinhouden</i>	<i>Leerplandoelstellingen</i>
	4	<p>2.3.1 Inleidende begrippen</p> <p>2.3.2 Bijzondere matrices</p> <p>2.3.3 Optellen van matrices</p> <p>2.3.4 Matrices vermenigvuldigen met een reëel getal</p> <p>2.3.5 De vectorruimte van de matrices</p> <p>2.3.6 Rang van een matrix</p> <p>2.3.7 Vermenigvuldigen van matrices</p> <p>2.3.8 Transponeren van matrices</p> <p>2.3.9 Toepassingen op bewerkingen met ma-</p>	<p>De leerlingen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • kennen de definitie van een matrix, de bijhorende terminologie en notaties en kunnen deze gebruiken; • kennen een rijmatrix, een kolommatrix, een vierkante matrix, een driehoeksmatrix, een diagonaalmatrix, de eenheidsmatrix, de nulmatrix; • kunnen matrices optellen, vermenigvuldigen met een reëel getal, vermenigvuldigen, transponeren; • kennen de eigenschappen die van de verzameling van de matrices voorzien van de optelling een vectorruimte maken; • kennen de definitie van de rang van een matrix in functie van het aantal onafhankelijke rijen of kolommen; • kennen de eigenschappen in verband met de vermenigvuldiging en het transponeren;

ET	DSET	<p><i>Leerinhouden</i></p> <p>trices</p> <p>2.3.10 Rijoperaties</p>	<p><i>Leerplandoelstellingen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> kunnen met behulp van ICT vraagstukken oplossen die aanleiding geven tot een migratiematrix of een Leslie-matrix en hierbij een eventuele evenwichtstoestand bepalen.
----	------	---	--

2.4 Determinanten

ET	DSET	<p><i>Leerinhouden</i></p> <p>2.4.1 Inleidende begrippen</p> <p>2.4.2 Berekening door ontwikkelen naar een rij of een kolom</p> <p>2.4.3 Eigenschappen</p> <p>2.4.4 Meetkundige toepassingen</p> <p>2.4.5 Reguliere en singuliere matrix</p> <p>2.4.6 Inverse matrix</p>	<p><i>Leerplandoelstellingen</i></p> <p>De leerlingen:</p> <ul style="list-style-type: none"> kennen de definitie van een determinant, de gepaste terminologie en notaties en kunnen deze gebruiken; kunnen een determinant berekenen; kennen de eigenschappen in verband met determinanten en kunnen deze toepassen bij het berekenen van determinanten; kunnen de vergelijking van een rechte in het vlak opstellen en de oppervlakte van een parallellogram bepalen; kennen de definitie van een reguliere matrix en kunnen met behulp van de adjunct-matrix de inverse matrix berekenen.
----	------	--	---

2.5 Stelsels van vergelijkingen van de eerste graad

ET	DSET	<p><i>Leerinhouden</i></p> <p>2.5.1 Coëfficiëntenmatrix, verhoogde matrix</p> <p>2.5.2 Gelijkwaardige stelsels</p> <p>2.5.3 Oplossingsmethode van Gauss-Jordan</p> <p>2.5.4 Homogene stelsels van vergelijkingen van de eerste graad</p>	<p><i>Leerplandoelstellingen</i></p> <p>De leerlingen:</p> <ul style="list-style-type: none"> kennen de nodige terminologie en notaties in verband met stelsels van vergelijkingen van de eerste graad; kunnen een stelsel oplossen met behulp van de methode van Gauss-Jordan; kennen de nodige eigenschappen in verband met de oplosbaarheid van stelsels (in het bijzonder voor homogene stelsels) en kunnen de oplosbaarheid van een stelsel met een parameter bespreken;
fac	fac	<p>2.5.5 <i>Coëxistentievoorwaarde voor m eerste-graadsvergelijkingen in n onbekenden</i></p> <p>2.5.6 Bespreken van stelsels</p> <p>2.5.7 Toepassingen</p>	<ul style="list-style-type: none"> kunnen toepassingen die aanleiding geven tot stelsels oplossen; kunnen de rang van een matrix bepalen.

2.6 Complexe getallen

ET	DSET	Leerinhouden	Leerplandoelstellingen
	2	2.6.1 Definitie, terminologie, notaties	<p>De leerlingen:</p> <ul style="list-style-type: none"> kennen het begrip complex getal; de gepaste terminologie en notaties en kunnen deze gebruiken; kunnen complexe getallen optellen, vermenigvuldigen en inverteren; kennen de eigenschappen die van de verzameling van de complexe getallen voorzien van de optelling, respectievelijk vermenigvuldiging een commutatieve groep maken; kunnen de n-de macht van een complex getal berekenen; kunnen vierkantswortels uit een complex getal berekenen; kunnen vergelijkingen van de tweede graad oplossen in \mathbb{C}; kunnen complexe getallen voorstellen in het vlak van Gauss; kennen de begrippen modulus en argument en kunnen deze berekenen; kennen de goniometrische gedaante van een complex getal en kunnen deze gebruiken om het product, het quotiënt en de macht van complexe getallen te berekenen; kennen de formule van de Moivre; kunnen de n-de wortels berekenen uit een complex getal; kunnen de n-de macht en de n-de wortel meetkundig toelichten in het vlak van Gauss; kennen het begrip binomiaalvergelijking en kunnen deze oplossen; <i>kunnen de hoofdstelling van de algebra in verband met nulwaarden van algebraïsche functies formuleren.</i>
	3	2.6.2 Optelling en aftrekking	
		2.6.3 Vermenigvuldiging en deling	
		2.6.4 Machtsverheffing en vierkantsworteltrekking	
		2.6.5 Vergelijkingen van de tweede graad	
		2.6.6 Voorstelling in het vlak van Gauss	
		2.6.7 Goniometrische gedaante	
		2.6.8 Vermenigvuldiging, deling en machtsverheffing in goniometrische gedaante	
		2.6.9 Formule van de Moivre	
		2.6.10 Worteltrekking	
		2.6.11 Binomiaalvergelijkingen	
		2.6.12 Veeltermvergelijkingen	
fac	fac	2.6.13 <i>Hoofdstelling van de algebra</i>	

3 Goniometrie

Goniometrie in de derde graad pikt de draad weer op daar waar hij in de tweede graad werd achtergelaten, of, nauwkeuriger uitgedrukt, ze continueert een reeds vanaf de tweede graad uitgestippeld tweespoor met, aan de ene kant de introductie van de goniometrische getallen via de goniometrische cirkel aangevuld met enkele basisformules (goniometrie), aan de andere kant het berekenen van de ontbrekende zijden/hoeken in driehoeken waarvan net voldoende gegevens zijn verstrekt (driehoeksmeting).

Voortzetting in de derde graad van dit eerste spoor leidt tot een fundamentele uitbreiding van het pas opgestarte formularium (goniometrie).

Prolongatie van het tweede spoor mondt uit in toepassingen, waarbij het voormalig focussen binnen de driehoek op zijden en/of hoeken wordt verlegd naar het opstellen van nieuwe oppervlakteformules en het berekenen van de lengte van merkwaardige lijnstukken (driehoeksmeting).

Meetkunde is overigens niet het enige profiel waar de goniometrie binnen de derde graad haar intrede doet. De studie van de goniometrische functies gekoppeld aan het oplossen van goniometrische vergelijkingen, de goniometrische substituties bij het berekenen van integralen, de goniometrische gedaante van complexe getallen zijn evenveel ervaringen van het feit dat goniometrie eveneens voeling houdt met zowel analyse als met algebra.

Zo bekeken groeit de goniometrie/driehoeksmeting van de derde graad uit tot een krachtig werkinstrument dat, en dit vaak vanuit een totaal andere invalshoek, een constante bijdrage tot problem solving waarborgt.

Lijkt het aangewezen om de uitbreiding van het goniometrische formularium enerzijds, de numerieke verkenningen in driehoek en regelmatige veelhoek anderzijds vooraan in de verwerking van de leerstof te situeren, dan kan met de hogervermelde overige infiltraties best gewacht worden tot de betrokken items (studie van functies en integraalrekening in de analyse, complexe getallen in de algebra) aan de orde zijn.

3.1 Goniometrie

ET
26

DSET	Leerinhouden
	3.1.1 Radiaal
	3.1.2 Sinus, cosinus, tangens, cotangens, secans en cosecans van een reëel getal
	3.1.3 Goniometrische getallen van verwante hoeken

Leerplandoelstellingen

De leerlingen:

- kennen het begrip radiaal en kunnen het verband leggen tussen graden en radialen;
- kunnen de goniometrische getallen van een reëel getal berekenen en kennen de elementaire eigenschappen;
- kunnen de goniometrische getallen van verwante hoeken berekenen en een hoek herleiden naar het eerste kwadrant op de goniometrische cirkel.

3.2 Formules

ET	DSET	<i>Leerinhouden</i>
		3.2.1 Optellingsformules
		3.2.2 Verdubbelingsformules
		3.2.3 Halveringsformules (formules van Carnot)
		3.2.4 t-formules
		3.2.5 Formules van Simpson
fac	fac	3.2.6 <i>Toepassingen uit de driehoeksmeting</i>

Leerplandoelstellingen

De leerlingen:

- kennen de verschillende goniometrische formules en kunnen deze bewijzen;
- kunnen de opgedane kennis in verband met goniometrische formules toepassen onder andere in de analyse bij integratiemethodes;
- *kunnen toepassingen/formules uit de driehoeksmeting oplossen/afleiden, zoals bijvoorbeeld:*
 - *de oppervlakte van een driehoek (formule van Heron),*
 - *de bissectrices,*
 - *de hoogtelijnen,*
 - *de zwaartelijnen,*
 - *de straal van de in- en omcirkel.*

4 Analyse

Het profiel “Analyse” onderscheidt zich van overige profielen zoals “Algebra”, “Goniometrie” en “Meetkunde”, in die zin dat het niet of nauwelijks op verworven resultaten uit vorige leerjaren kan terugvallen. Dit aspect is ervoor verantwoordelijk dat bij de start van de analyse als het ware van een blanco blad dient uitgegaan.

Het leerplan analyse behelst, naast een grondige verkenning van het veld der reële getallen, in hoofdzaak de studie van de reële functies in het algemeen, van een aantal frequent voorkomende types in het bijzonder.

Die studie vergt dan wel de steun van een serie hulpmiddelen die, afgezien van specifieke ICT-middelen, deels tot de analyse zelf, deels tot andere profielen kunnen worden gerekend.

Bij de “hulpmiddelen” uit de analyse zelf” denken we aan begrippen zoals continuïteit, limiet, asymptoot, afgeleide en integraal. Bij de “andere hulpmiddelen” horen, naast de oplossingstechnieken bij de diverse soorten vergelijkingen, het stichten van begrippen zoals macht met reële exponent en n-de wortel als aanloop tot de exponentiële functie, een voortgezette studie van de goniometrische cirkel en het werken met radialen als voorbereiding op de goniometrische functie.

Aldus opgevat lopen doorheen het leerplan analyse twee rode draden met aan de ene zijde de studie van de zeven soorten functies zoals in de inhoudsopgave geëxpliciteerd, aan de andere zijde de studie van de hulpmiddelen zoals in de vorige alinea opgesomd.

Bindweefsel van beide rode draden wordt dan gevormd door de vaak numeriek getinte en vakoverschrijdende toepassingen met uitschieters zoals extremumvraagstukken binnen de afgeleiden, groeivraagstukken binnen de exponentiële functie en berekeningen omtrent oppervlakte, inhoud en booglengte binnen de integraalrekening.

Een “gezonde” mix van dit alles, anders gezegd een aanpak die het bijbrengen en het inoefenen van de theoretische fundamenten via het principe van spiral learning in de tijd spreidt, zou hierin kunnen bestaan de eerste vier pijlers van de hulpmiddelen uit de analyse (continuïteit, limiet, asymptoot, afgeleide) initieel louter aan de hand van de veeltermfuncties en rationale functies bij te brengen om ze dan gaandeweg bij de resterende soorten functies uit te diepen.

Voegen we hier nog aan toe dat het deelprofiel “Reële rijen en reeksen” aan de analyse van de derde graad de gelegenheid biedt om, naast bovenvermelde numerieke en visuele aspecten, ook aandacht te schenken aan het aspect van de convergentie en men kan samenvattend besluiten dat het profiel “Analyse” een dermate coherent en consistent geheel betekent dat, eenmaal opgestart, vereist dat het, zij partieel over de week gespreid, ononderbroken dient afgewerkt.

4.1 Het veld der reële getallen

ET	DSET	Leerinhouden	Leerplandoelstellingen
	7	4.1.1 Het geordend veld der reële getallen	De leerlingen:
		4.1.2 De verzameling $\overline{\mathbb{R}} = \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$	<ul style="list-style-type: none"> kennen de reële getallen als basiselementen waarmee in de analyse gewerkt wordt, hiertoe kennen zij de voornaamste structureigenschappen en hun belangrijkste gevolgen voor de praktijk;

ET	DSET	<i>Leerinhouden</i>	<i>Leerplandoelstellingen</i>
		4.1.3 Absolute waarde van een reëel getal	<ul style="list-style-type: none"> kunnen bovengrens (majorant), ondergrens (minorant), maximum, minimum, supremum en infimum van een interval bepalen; kunnen werken met de uitgebreide reële rechte en kennen de problematiek in verband met de onbepaaldheden; kennen het begrip absolute waarde en zijn belangrijkste eigenschappen; kunnen bepalen of een deelverzameling van \mathbb{R} een omgeving is van een bepaald getal.

4.2 Reële functies

ET	DSET	<i>Leerinhouden</i>	<i>Leerplandoelstellingen</i>
14	7	4.2.1 Algemene begrippen	<p>De leerlingen kennen:</p> <ul style="list-style-type: none"> de begrippen functiewaarde (of getalwaarde), nulwaarde, extremum, domein, bereik, grafiek, tekenverloop van een reële functie en kunnen deze begrippen van een grafiek aflezen; een afbeelding, een bijectie, een injectie, een even/oneven functie, een periodieke functie, een monotoon stijgende/dalende functie en kunnen een grafiek van deze functies schetsen; de begrippen algebraïsche en transcendenten functies; de definities van de basisbewerkingen (som, verschil, product met een reëel getal, product, quotiënt, n-de macht, n-de wortel, samenstelling) en kunnen deze bewerkingen grafisch illustreren; de definitie van inverse relatie en kunnen grafisch de inverse van een gegeven functie construeren.
		4.2.2 Grafiek	
		4.2.3 Bijzondere functies	
		4.2.4 Algebraïsche en transcendenten functies	
		4.2.5 Bewerkingen met functies	
		4.2.6 Inverse relatie	

4.3 Veeltermfuncties

ET	DSET	<i>Leerinhouden</i>	<i>Leerplandoelstellingen</i>
14	10	4.3.1 Veeltermfunctie	<p>De leerlingen kunnen:</p> <ul style="list-style-type: none"> aan de hand van het functievoorschrift een tabel, het domein, de nulwaarden en het tekenverloop bepalen van veeltermfuncties van de derde graad; aan de hand van de grafiek het stijgen/dalen en de extrema van veeltermfuncties van de derde graad bepalen;
31	11	4.3.2 Meervoudig functievoorschrift	
32	12	4.3.3 Absolute waardenfunctie	
		4.3.4 Toepassingen	

ET	DSET	Leerinhouden
----	------	--------------

Leerplandoelstellingen

- met behulp van ICT veeltermfuncties van hogere graad bestuderen;
- aan de hand van concrete gevallen werken met de begrippen even/oneven functie, meervoudig functievoorschrift;
- kunnen vraagstukken oplossen, eventueel met behulp van ICT, die aanleiding geven tot veeltermfuncties en kunnen de oplossingen van deze vraagstukken grafisch interpreteren.

4.4 Rationale functies

ET	DSET	Leerinhouden
14	10	4.4.1 Rationale functie
31	11	4.4.2 Toepassingen
32	12	

Leerplandoelstellingen

De leerlingen kunnen:

- aan de hand van het functievoorschrift een tabel, het domein, de nulwaarden en het tekenverloop bepalen van rationale functies (in het bijzonder homografische functies);
- kunnen vraagstukken oplossen, eventueel met behulp van ICT, die aanleiding geven tot rationale functies en kunnen de oplossingen van deze vraagstukken grafisch interpreteren.

4.5 Continuïteit

ET	DSET	Leerinhouden
	7	4.5.1 Definities
	12	4.5.2 Continuïteit van enkele functies
		4.5.3 Continuïteit en bewerkingen
		4.5.4 Benaderingsmethodes voor nulwaarden

Leerplandoelstellingen

De leerlingen:

- kennen de (ϵ, δ) -definitie van continuïteit, linker- en rechtercontinuïteit van een reële functie in een reëel getalen de definitie van continuïteit in een interval, alsook de grafische betekenis van deze begrippen;
- kunnen het verband tussen continuïteit en de optelling en de samenstelling van functies aantonen;
- kennen de grafische betekenis van de stelling van de tussenliggende waarden, de stelling van Weierstrass en de stelling van Bolzano;
- kunnen, met behulp van ICT, nulwaarden van een functie bepalen door middel van de methode van Bolzano (of de methode van het midden) en de regula falsi.

4.6 Limieten

ET	DSET	Leerinhouden
	7	4.6.1 Definities
	11	4.6.2 Limieten en bewerkingen met functies
	12	4.6.3 Limieten en ongelijkheden 4.6.4 Rekenregels

Leerplandoelstellingen

De leerlingen:

- kennen de (ϵ, δ) -definitie van limiet, linker- en rechterlimiet, limieten op oneindig en oneigenlijke limieten;
- kennen de grafische betekenis van limieten, het verband tussen limieten en continuïteit en de eigenschappen in verband met limieten en ongelijkheden;
- kunnen limieten berekenen van gekende functies.

4.7 Asymptoten

ET	DSET	Leerinhouden
	7	4.7.1 Asymptotisch gedrag
	11	4.7.2 Bepalen van asymptoten
	12	

Leerplandoelstellingen

De leerlingen kennen de grafische betekenis van het asymptotische gedrag van een reële functie en kunnen horizontale, verticale en schuine asymptoten van de grafieken van gekende functies bepalen, eventueel met behulp van ICT.

4.8 Afgeleiden

ET	DSET	Leerinhouden
15	7	4.8.1 Definities
16	8	4.8.2 Meetkundige betekenis
17	10	4.8.3 Afleidbaarheid en continuïteit
18	11	4.8.4 Afgeleiden en bewerkingen met functies
19	12	4.8.5 Eerste en tweede afgeleide
20		4.8.6 Benaderingsmethode voor nulwaarden
31		4.8.7 Regel van de l'Hospital 4.8.8 Extremumvraagstukken

Leerplandoelstellingen

De leerlingen:

- kennen de definitie van afgeleid getal (met de meetkundige betekenis), linker- en rechterafgeleide, afleidbaarheid in een interval;
- kunnen bij functies met behulp van het begrip limiet het verband leggen tussen:
 - het begrip afgeleide,
 - het begrip differentiequotiënt,
 - de richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de grafiek,
 - de maat voor de ogenblikkelijke verandering;
- kunnen het verband tussen afleidbaarheid en continuïteit aantonen;
- kunnen de rekenregels opstellen om de afgeleide functie van gekende functies te bepalen;
- kennen de stellingen in verband met de betekenis van de eerste en tweede afgeleide en kunnen deze toepassen voor gekende functies;
- kunnen, met behulp van ICT, nulwaarden van een functie bepalen door middel van

ET	DSET	Leerinhouden
----	------	--------------

Leerplandoelstellingen

- de methode van Newton-Raphson;
- kennen de regel van de l'Hospital voor het berekenen van limieten en kunnen deze toepassen;
- kunnen extremumvraagstukken, ook van buiten de wiskunde, oplossen die aanleiding geven tot de reeds gekende functies, eventueel met behulp van ICT.

4.9 Verloop van functies

ET	DSET	Leerinhouden
18	6	4.9.1 Algemene werkwijze
	8	4.9.2 Verloop van een veeltermfunctie
	11	4.9.3 Verloop van een rationale functie
	12	

Leerplandoelstellingen

De leerlingen kennen aan de hand van een stappenplan de algemene werkwijze om het verloop en de grafiek van een functie te bepalen en kunnen dit toepassen om het verloop van veeltermfuncties en rationale functies te bepalen.

4.10 Irrationale functies

ET	DSET	Leerinhouden
19	6	4.10.1 Machten met rationale exponenten
21	8	4.10.2 n-de wortels in \mathbb{R}
23	10	4.10.3 Irrationale functie
31	11	4.10.4 Continuïteit
	12	4.10.5 Limieten
		4.10.6 Asymptoten
		4.10.7 Afgeleiden
		4.10.8 Toepassingen
		4.10.9 Verloop

Leerplandoelstellingen

De leerlingen kunnen:

- kennen de definities van een macht met een negatieve en een rationale exponent en kunnen hierbij de elementaire rekenregels toepassen;
- kunnen n-de wortels berekenen in \mathbb{R} , met behulp van ICT;
- voor geschikte domeinen een verband leggen tussen x^n en $\sqrt[n]{x}$ (in het bijzonder voor n=2 en n=3) en conclusies trekken in verband met hun grafieken;
- aan de hand van het functievoorschrift een tabel, het domein, de nulwaarden en het tekenverloop bepalen van irrationale functies;
- de continuïteit van een irrationale functie bespreken en limieten, asymptoten en afgeleiden berekenen/bepalen en de grafische interpretatie ervan geven;
- kunnen vraagstukken (ook van buiten de wiskunde) oplossen, eventueel met behulp van ICT, die aanleiding geven tot irrationale functies (waaronder extremumvraagstukken) en kunnen de oplossingen van deze vraagstukken grafisch interpreteren;
- het verloop en de grafiek van irrationale functies bepalen.

4.11 Goniometrische functies

ET	DSET	Leerinhouden
14	6	4.11.1 Elementaire goniometrische functies
27	8	4.11.2 Uitgebreide goniometrische functies
28	10	4.11.3 Continuïteit
29	11	4.11.4 Limieten
	12	4.11.5 Asymptoten
		4.11.6 Afgeleiden
		4.11.7 Verloop van een goniometrische functie

Leerplandoelstellingen

De leerlingen:

- kunnen de functies $f(x) = \sin x$, $f(x) = \cos x$, $f(x) = \tan x$ en $f(x) = \cot x$ grafisch voorstellen en herkennen hierbij het grafisch karakter van een periodieke functie;
- kunnen de grafiek bepalen van $f(x) = a \sin(bx + c) + d$ en $f(x) = a \cos(bx + c) + d$, alsook het verband leggen tussen het functievoorschrift en de grafiek;
- kunnen de continuïteit van een goniometrische functie bespreken en limieten, asymptoten en afgeleiden berekenen/bepalen en de grafische interpretatie ervan geven;
- kunnen vraagstukken oplossen, eventueel met behulp van ICT, die aanleiding geven tot goniometrische functies (waaronder extremumvraagstukken), alsook de oplossingen van deze vraagstukken grafisch interpreteren;
- kunnen het verloop en de grafiek van een goniometrische functie bepalen.

4.12 Cyclometrische functies

ET	DSET	Leerinhouden
	8	4.12.1 Cyclometrische functies
	11	4.12.2 Continuïteit
	12	4.12.3 Limieten
		4.12.4 Asymptoten
		4.12.5 Afgeleiden

Leerplandoelstellingen

De leerlingen:

- kennen de cyclometrische functies als inverse van de elementaire goniometrische functies en kunnen aan de hand daarvan de grafiek construeren;
- kunnen de continuïteit van een cyclometrische functie bespreken, limieten berekenen en asymptoten en afgeleiden bepalen en de grafische interpretatie ervan geven.

4.13 Reële rijen en reeksen

ET	DSET	Leerinhouden
		4.13.1 Reële rij
		4.13.2 Convergentie van rekenkundige en meetkundige rijen
		4.13.3 Reeksen
		4.13.4 Convergentie van rekenkundige en

Leerplandoelstellingen

De leerlingen:

- kennen de definitie van een reële rij, met de daarbij horende terminologie en notaties;
- kunnen de convergentie/divergentie van meetkundige en rekenkundige rijen onderzoeken, hierbij ondersteund door een grafische voorstelling;
- kennen de definitie van een rekenkundige en meetkundige reeks, kunnen hiervoor de

ET	DSET	<i>Leerinhouden</i> meetkundige reeksen
----	------	--

Leerplandoelstellingen
formule voor de n-de partiële som opstellen en aan de hand daarvan de convergentie/divergentie van de reeks onderzoeken.

4.14 Exponentiële functies

ET	DSET	<i>Leerinhouden</i>
14	11	4.14.1 Machten met reële exponenten
22	12	4.14.2 Exponentiële functie
		4.14.3 Continuïteit
		4.14.4 Limieten
		4.14.5 Asymptoten

Leerplandoelstellingen
De leerlingen:

- kennen het begrip macht met een reële exponent;
- kunnen aan de hand van het functievoorschrift een tabel, het domein, enkele bijzondere waarden en het tekenverloop bepalen van exponentiële functies;
- kennen het getal e ;
- kunnen de continuïteit van een exponentiële functie bespreken, limieten berekenen, asymptoten bepalen en de grafische interpretatie ervan geven.

4.15 Logaritmische functies

ET	DSET	<i>Leerinhouden</i>
14	6	4.15.1 Logaritmen
23	8	4.15.2 Logaritmische functie
25	10	4.15.3 Logaritmische schaal
31	11	4.15.4 Continuïteit
	12	4.15.5 Limieten
		4.15.6 Asymptoten
		4.15.7 Afgeleiden
		4.15.8 (Groei)toepassingen
		4.15.9 Verloop van exponentiële en logaritmische functies

Leerplandoelstellingen
De leerlingen:

- kennen de definitie van een logaritme met een willekeurig grondtal en kunnen de rekenregels toepassen (logaritme van een product, logaritme van een quotiënt, logaritme van een macht, verandering van grondtal);
- kunnen aan de hand van het functievoorschrift een tabel, het domein, enkele bijzondere waarden het stijgen of dalen en het tekenverloop bepalen van logaritmische functies;
- kennen de betekenis van logaritmische schaal;
- kunnen het verschil uitleggen tussen het gebruik van lineair papier, enkel logaritmisch papier en dubbel logaritmisch papier, en kunnen op elk van deze types een grafische voorstelling tekenen;
- kunnen de continuïteit van een logaritmische functie bespreken, limieten berekenen, asymptoten bepalen en de grafische interpretatie ervan geven;
- kunnen de afgeleide functie bepalen van exponentiële en logaritmische functies;
- kennen het onderscheid tussen een lineair en een exponentieel groeiproces en kennen de begrippen beginwaarde, groeifactor, groeipercentage, halveringstijd en verdubbelingstijd;

ET	DSET	<i>Leerinhouden</i>
----	------	---------------------

Leerplandoelstellingen

- kunnen vraagstukken oplossen, eventueel met behulp van ICT, die aanleiding geven tot exponentiële en logaritmische functies (waaronder extremumvraagstukken) en kunnen de oplossingen van deze vraagstukken grafisch interpreteren;
- kunnen het verloop en de grafiek van exponentiële en logaritmische functies bepalen.

4.16 Integralen

ET	DSET	<i>Leerinhouden</i>
	7	4.16.1 De differentiaal
	9	4.16.2 Bepaalde integraal
	11	4.16.3 Eigenschappen
		4.16.4 Primitieve functies
		4.16.5 Onbepaalde integraal
		4.16.6 Lineariteit onbepaalde integraal
		4.16.7 Basisformules

Leerplandoelstellingen

De leerlingen:

- kennen de definitie van de differentiaal en de meetkundige betekenis ervan;
- kunnen de definitie van de bepaalde integraal afleiden met behulp van bovensom en ondersom;
- kennen de stelling in verband met de optelbaarheid van de bepaalde integraal, de middelwaardestelling, de hoofdstelling van de integraalrekening, de stelling in verband met de lineariteit van de bepaalde integraal, de stelling in verband met bepaalde integralen en ongelijkheden, en kunnen deze bewijzen;
- kennen de definitie van een primitieve functie en haar elementaire eigenschappen;
- kennen de stelling om bepaalde integralen te berekenen door middel van primitieve functies en kunnen deze bewijzen;
- kennen de definitie van de onbepaalde integraal;
- kennen de stelling in verband met de lineariteit van de onbepaalde integraal;
- kennen de formules voor de basisintegralen.

4.17 Integratiemethoden

ET	DSET	<i>Leerinhouden</i>
	9	4.17.1 Substitutie
	11	4.17.2 Partiële integratie
	12	4.17.3 Numerieke integratie

Leerplandoelstellingen

De leerlingen kunnen:

- integreren met behulp van de substitutiemethode en de methode van partiële integratie;
- bepaalde integralen numeriek benaderen, bijvoorbeeld door middel van de trapeziomregel, de middelpuntsregel of de regel van Simpson, eventueel met behulp van ICT.

4.18 Toepassingen van integralen

ET	DSET	Leerinhouden
31	7	4.18.1 Oppervlakte van een vlak gebied
	9	4.18.2 Inhoud van een omwentelingslichaam
fac	10	4.18.3 <i>Booglengte van een vlakke kromme</i>
	11	4.18.4 Andere toepassingen
	12	

Leerplandoelstellingen

De leerlingen kunnen:

- een bepaalde integraal of een numerieke benadering ervan gebruiken bij berekening van onder meer de oppervlakte van een vlak gebied, de inhoud van een omwentelingslichaam en *de lengte van een boog*, eventueel met behulp van ICT;
- toepassingen van buiten de wiskunde modelleren tot een vraag die geformuleerd wordt met behulp van een integraal en oplossen, eventueel met behulp van ICT.

5 Meetkunde

Meetkunde, en dit geldt zowel voor de vlakke meetkunde als voor de ruimtemeetkunde, is al vanaf de eerste graad prominent in de leerplannen wiskunde aanwezig. Qua inhoud kan er daarom over de eerste en tweede graad heen van een logische continuïteit worden gewaagd.

Qua aanpak is er echter in beide graden wel een grondig onderscheid. De eerste graad is het terrein bij uitstek waar én vlakke meetkunde én ruimtemeetkunde in essentie beschrijvend, maar dan wel in hoofdzaak intuïtief, worden bijgebracht.

De tweede graad voegt, althans wat betreft de vlakke meetkunde, aan die beschrijving een strikt wiskundige onderbouw toe (synthetische benadering) en koppelt hieraan, althans wat betreft de eerstegraadskrommen (rechten), een analytische vertolking.

De derde graad speelt op die stelselmatige uitbreiding en verdieping van vlakke meetkunde zowel als ruimtemeetkunde verder in.

Wat betreft de **ruimtemeetkunde** volgt men, volkomen naar analogie met de tweede graad, een dubbel spoor met, langs de ene kant, een synthetische benadering in eerste instantie gefocust op de onderlinge stand van rechten en vlakken, en, langs de andere kant, een analytische benadering die leidt tot het opstellen van de vergelijkingen van rechten en vlakken.

Beide sporen zijn overigens derwijze complementair en wederzijds bevruchtend - het eerste draagt bij tot het tekenen en dus zicht inde ruimte, het tweede tot de analytische vertolking en dus het rekenen - dat een parallelle behandeling zich opdringt.

Ook dient opgemerkt dat, waar in de vorige jaren het onderscheid tussen affiene en euclidische eigenschappen ternauwernood werd aangekaart, in de derde graad de benadering van affiene en euclidische strikt gescheiden is. De leerling dient bijgebracht dat louter gebruik makend van parallelisme, een analytische beschrijving van punten, rechten en vlakken in de affiene ruimte perfect mogelijk blijft. Het afstandsbegrip, ingevoerd via het inproduct of scalair product, geeft dan aanleiding tot euclidische eigenschappen zoals de loodrechte stand bij rechten en vlakken.

Wat betreft de **vlakke meetkunde** focust men nu uitsluitend op de analytische vertolking van de tweedegraadskrommen (kegelsneden), om, uitgaande van een drietal meetkundige definities, uiteindelijk te komen tot de gereduceerde vergelijkingen van en meegaande de classificatie in parabolen, ellipsen (met de cirkel als bijzonder geval) en hyperbolen.

Zo opgevat valt het profiel "Meetkunde" van de derde graad in twee deelprofielen "Ruimtemeetkunde" en "Vlakke meetkunde" uit elkaar die als afzonderlijke pakketten, zelfs met enige tussenpoos, kunnen worden aangeboden.

Beide hebben wel met elkaar gemeen dat ze de logische opvullingen zijn van lacunes die in de tweede graad werden opengelaten en als zodanig stevige bindingen hebben met hun onmiddellijke voorgangers.

Dit is waar voor de analytische ruimtemeetkunde van de eerste graad waar, ten overstaan van de analytische vlakke meetkunde van de eerste graad, het aantal coördinaatgetallen van een punt met één toeneemt, terwijl de graad van de vergelijking van een vlak (die in de ruimte de rol overneemt van de rechte) stabiel blijft.

Dit is eveneens waar voor de analytische vlakke meetkunde van de tweede graad waar, ten overstaan van de analytische vlakke meetkunde van de eerste graad, het aantal coördinaatgetallen van een punt stabiel blijft, terwijl de graad van de vergelijking van een kegelsnede met één toeneemt.

5.1 Analytische ruimtemeetkunde van de eerste graad

ET	DSET	Leerinhouden	Leerplandoelstellingen
	13	5.1.1 Affiene ruimtemeetkunde	<p>De leerlingen:</p> <ul style="list-style-type: none"> kennen het begrip vector in de ruimte, kunnen vectoren optellen en vermenigvuldigen met een reëel getal en kennen de nodige eigenschappen in verband met vectoren; kunnen in de ruimte met oorsprong (waarin op gepaste wijze een basis gekozen wordt) een punt associëren met zijn coördinaat; kunnen de vectoriële, parametrische en cartesische vergelijking van rechten en vlakken afleiden en toepassen; kunnen met een analytische uitdrukking de onderlinge ligging van twee rechten, van twee vlakken en van een rechte en een vlak beschrijven; kennen de voorwaarden voor evenwijdigheid van rechten en vlakken; kunnen deze affiene begrippen toepassen bij de studie van ruimtefiguren.
	15	<ul style="list-style-type: none"> vectoren, de ruimte met oorsprong, coördinaat van een punt, keuze van de basis, vectoriële, parametrische en cartesische vergelijking van rechten en vlakken, voorwaarden voor evenwijdigheid van rechten en vlakken. 	
	14	5.1.2 Euclidische ruimtemeetkunde	<p>De leerlingen:</p> <ul style="list-style-type: none"> kennen de begrippen inproduct van twee vectoren en norm van een vector, met de bijhorende eigenschappen; kennen het begrip uitproduct van twee vectoren; kunnen in een orthonormale basis de loodrechte stand van twee objecten (vector, rechte, vlak) onderzoeken; kunnen de hoek(en) en de afstand tussen twee objecten berekenen; kunnen bij het oplossen van meetkundige problemen gebruik maken van meetkundige redeneringen, van analytische hulpmiddelen van een schets die redeneringen en berekeningen ondersteunt; kunnen deze euclidische begrippen toepassen bij de studie van ruimtefiguren.
fac	15 fac	<ul style="list-style-type: none"> inproduct (scalair product) van twee vectoren, uitproduct (vectorieel product) norm (lengte) van een vector, orthonormale basis, analytische uitdrukking van het inproduct en toepassingen, loodrechte stand, hoeken, afstanden. 	

5.2 Analytische vlakke meetkunde van de tweede graad

ET	DSET	Leerinhouden	Leerplandoelstellingen
	15	5.2.1 Parabool	<p>De leerlingen:</p> <ul style="list-style-type: none"> kennen de ruimtelijke interpretatie van kegelsneden als snijding van een kegel met een vlak; kennen de meetkundige definities van parabool, ellips en hyperbool, alsook de bijho-
		5.2.2 Ellips	
		5.2.3 Hyperbool	

ET	DSET	Leerinhouden
fac	fac	

Leerplandoelstellingen

rende terminologie en notaties;

- kunnen de cartesische vergelijking opstellen van parabool (betrokken op as en topdraaklijn), ellips en hyperbool (betrokken op de assen);
- *kunnen het stelsel parametervergelijkingen van een ellips opstellen;*
- kunnen in een punt van de bestudeerde kegelsneden de cartesische vergelijking van de raaklijn en de normaal opstellen, en deze raaklijn en normaal meetkundig construeren;
- kunnen toepassingen en voorbeelden van kegelsneden in andere disciplines.

6 Discrete wiskunde

Discrete Wiskunde is als algemene term voor een wiskundeprofiel eerder nieuw. Het kan in het kader van dit leerplan best beschreven worden als die tak van de wiskunde die geen gebruik maakt van het begrip continuïteit (en bijgevolg limiet), zodat het als een tegenhanger kan gezien worden van de analyse, maar terzelfder tijd er nauwe bindingen mee heeft. Waar de analyse de wiskunde over de reële getallen beschrijft, zullen bij de discrete wiskunde de natuurlijke en de gehele getallen de hoofdrol spelen. Allerhande manieren van tellen, waarbij combinatieleer een prominent onderdeel van is, zullen hier aan bod komen. Discrete wiskunde heeft heel wat bindingen met andere wiskundeprofielen, vooral met de algebra en de kansrekening. In de toepassingen en de vraagstukken zal dan ook best dit verband duidelijk aan bod komen.

Overigens, in dit wiskundeprofiel zal “problem solving” een belangrijker doelstelling zijn dan het bewijzen van stellingen of eigenschappen.

Discrete wiskunde heeft in laatste jaren vooral opgang gemaakt door zijn toepassingen in de informatica, het is dan ook een gedroomd profiel om de wiskunde als dienende factor voor andere vakken naar voor te brengen. In internationale context wordt onder het profiel discrete wiskunde naast zuivere telproblemen veelal deelprofielen zoals logica, kansrekening, grafentheorie, maar ook de wiskundige structuren zoals eindige groepen en velden opgenomen. De leerkracht zal dan ook de nodige vrijheid nemen, afhankelijk van het begripsniveau van de leerlingen en de beschikbare lestijden om hier buiten het strikt wiskundig jargon te treden.

6.1 Algemene telregels

ET	DSET	Leerinhouden	Leerplandoelstellingen
	18	6.1.1 De somregel 6.1.2 Het aantal elementen van de unie van niet-disjuncte verzamelingen 6.1.3 De productregel 6.1.4 Het ladenprincipe	De leerlingen kennen: <ul style="list-style-type: none"> • de elementaire telregels uit de discrete wiskunde en kunnen deze toepassen bij gestelde problemen; • kennen het ladenprincipe van Dirichlet.

6.2 Combinatieleer

ET	DSET	Leerinhouden	Leerplandoelstellingen
	18	6.2.1 Variaties, herhalingsvariaties, combinaties, herhalingscombinaties 6.2.2 Anagrammen	De leerlingen: <ul style="list-style-type: none"> • kunnen de vier gevallen onderscheiden die bepaald worden door de vraagstelling naar de volgorde en herhaling; • kennen het begrip permutatie als een bijzonder geval van variaties waarbij alle elementen gekozen worden;

ET	DSET	<i>Leerinhouden</i>
----	------	---------------------

Leerplandoelstellingen

- kennen het begrip anagram als een groepering waarbij de herhaling van de elementen van de groepering vastligt en de volgorde van de verschillende elementen belangrijk is;
- kunnen deze begrippen toepassen bij het oplossen van telproblemen.

6.3 Combinatorische toepassingen

ET	DSET	<i>Leerinhouden</i>
		De driehoek van Pascal
		Binomium van Newton

Leerplandoelstellingen

De leerlingen:

- kunnen eigenschappen in verband met de binomiaalgetallen bewijzen en gebruiken om de driehoek van Pascal op te stellen;
- kunnen de formule van het binomium van Newton opstellen en gebruiken.

7 Statistiek – Kansrekenen

Statistiek in het leerplan van de tweede graad beperkte zich tot het stichten van enkele basisbegrippen, met in het verlengde daarvan het beheersen van een specifieke woordenschat en het kunnen omspringen met grafische voorstellingen als visuele ondersteuning.

“Statistiek-Kansrekenen” in het leerplan van de derde graad voegt daar, abstractie gemaakt van het deelprofiel “Statistiek in twee veranderlijken”, niets wezenlijks aan toe, tenzij dat het toepassingsgebied, en meegaande de mogelijkheden tot problem solving, enorm verruimt.

Spil hierbij is het deelprofiel “Kansrekening” dat enerzijds zijn inspiratie voor het oefenmateriaal haalt uit de discrete wiskunde (het begrip kans wordt immers gedefinieerd als het quotiënt van twee telresultaten) en anderzijds de weg effent naar de kansverdelingen (deelprofiel dat het sterkst met de statistiek is gelieerd).

Zo bekeken manifesteert ‘stochastiek’ in de derde graad zich in twee gedaanten, enerzijds als resultante van het drieluik discrete wiskunde - kansrekening - kansverdelingen, anderzijds, daarbij geholpen door statistiek in twee veranderlijken en in mindere mate het toetsen van hypothesen, als subtiele link met de statistiek, wat meteen aan de veeleer intuïtieve aanpak van de statistiek een wetenschappelijker onderbouw verleent.

Een en ander sluit niet uit dat sommige deelprofielen ook als afzonderlijke entiteiten kunnen gedijen. Zo zijn de kansverdelingen slechts één mogelijke uitloper van de kansrekening.

Wat de spreiding van de stochastiek over de derde graad betreft zijn er voldoende overvloeiende items voorhanden om te pleiten voor continuïteit bij de presentatie van de betrokken leerstof.

7.1 Kansrekening

ET	DSET	Leerinhouden	Leerplandoelstellingen
	16	7.1.1 Kansexperimenten 7.1.2 Voorwaardelijke kans en statistische onafhankelijkheid 7.1.3 Regel van Bayes	De leerlingen: <ul style="list-style-type: none"> • kennen de elementaire begrippen uit de kansrekening (zoals experiment, gebeurtenis, uitkomst ...) en de bijhorende terminologie en notaties; • kennen het begrip kans vanuit het principe van statistische stabiliteit, de regel van Laplace en de elementaire eigenschappen die kunnen toegepast worden bij het berekenen van kansen; • kunnen het begrip voorwaardelijke kans hanteren en herkennen wanneer gebeurtenissen onafhankelijk van elkaar zijn (de leerlingen kunnen hierbij op een functionele manier gebruik maken van boomdiagrammen om het gestelde probleem te visualiseren).

7.2 Kansvariabelen

ET	DSET	Leerinhouden	Leerplandoelstellingen
		7.2.1 Definitie, terminologie en notaties	De leerlingen kunnen bij een eenvoudige discrete toevalsveranderlijke een kansverdeling maken (met bijhorende grafische voorstelling), de verwachtingswaarde en de standaardafwijking bepalen en het verband leggen met de overeenkomstige begrippen van de beschrijvende statistiek.
		7.2.2 Kansdichtheidsfunctie en verdelingsfunctie van een discrete kansvariabele	
		7.2.3 Grafische voorstelling	
		7.2.4 Verwachtingswaarde en standaardafwijking	

7.3 Speciale kansverdelingen

ET	DSET	Leerinhouden	Leerplandoelstellingen
33	17	7.3.1 Binomiale verdeling	<p>De leerlingen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • kunnen bij opgaven bepalen of het om een binomiale of een normale kansverdeling gaat, of geen van beide; • kennen nog minstens één andere verdeling, te kiezen uit: <ul style="list-style-type: none"> - Poisson-verdeling, - geometrische verdeling, - hypergeometrische verdeling; • kunnen bij een binomiale verdeling de kansfunctie en verdelingsfunctie bepalen en de verwachtingswaarde en standaardafwijking berekenen (met behulp van ICT); • kunnen bij een andere verdeling (Poisson, geometrisch of hypergeometrisch) de kansfunctie en verdelingsfunctie bepalen en de verwachtingswaarde en standaardafwijking berekenen (met behulp van ICT); • kunnen in betekenisvolle situaties gebruik maken van een normale verdeling als continu model bij data met een klokvormige frequentieverdeling en het gemiddelde en de standaardafwijking van de gegeven data gebruiken als schatting voor het gemiddelde en de standaardafwijking van deze normale verdeling; • kunnen het gemiddelde en de standaardafwijking van een normale verdeling grafisch interpreteren; • kunnen grafisch het verband leggen tussen een normale verdeling en de standaardnormale verdeling; • kunnen bij een normale verdeling de relatieve frequentie interpreteren van een verzameling gegevens met waarden tussen twee gegeven grenzen, met waarden groter
34		7.3.2 Andere verdeling	
35		7.3.3 Normale verdeling	
36	fac	7.3.4 <i>Variabiliteit op de geschatte kans</i>	

ET	DSET	Leerinhouden
----	------	--------------

Leerplandoelstellingen

- dan een gegeven grens of met waarden kleiner dan een gegeven grens als de oppervlakte van een gepast gebied;
- kunnen de normale verdeling bij gepaste gevallen gebruiken als benadering voor de binomiale verdeling;
- *kennen het onderscheid tussen een theoretisch berekende kans en een (door simulatie) geschatte kans;*
- *kunnen uit eenvoudige kansexperimenten een schatting voor de kans bepalen en bij een groot aantal uitgevoerde simulaties de variabiliteit op deze geschatte kans bepalen;*
- *kunnen experimenteel de $\frac{1}{\sqrt{n}}$ -wet illustreren en deze wet wiskundig verklaren.*

7.4 Statistiek in twee veranderlijken

ET	DSET	Leerinhouden
		7.4.1 Tweedimensionale waarnemingsgegevens
		7.4.2 Lineaire correlatiecoëfficiënt
		7.4.3 Lineaire regressie

Leerplandoelstellingen

- De leerlingen:
- kunnen gegevens van steekproeven bestaande uit koppels waarnemingsgetallen samenvatten in een tabel en grafisch voorstellen door middel van een puntenwolk;
 - kennen de betekenis van de lineaire correlatiecoëfficiënt;
 - kunnen met behulp van ICT de lineaire correlatiecoëfficiënt berekenen;
 - kennen het begrip lineaire regressie;
 - kunnen met behulp van ICT de regressiecoëfficiënten bepalen;
 - kunnen bepalen of de gevonden regressierechte geschikt is of niet.

7.5 Toetsen van hypothesen

ET	DSET	Leerinhouden
fac	fac	7.5.1 Algemene begrippen
fac	fac	7.5.2 Toepassingen

Leerplandoelstellingen

- De leerlingen:
- *kunnen de nulhypothese en de alternatieve hypothese formuleren;*
 - *kunnen de verzameling van geloofwaardige uitkomsten en de verzameling van ongelooftwaardige uitkomsten vormen;*
 - *kunnen het kritieke gebied bepalen;*

ET	DSET	Leerinhouden
----	------	--------------

Leerplandoelstellingen

- *kennen het begrip kans op een fout van de eerste soort;*
- *kunnen beslissen of de nulhypothese verworpen of gehandhaafd wordt;*
- *kunnen vraagstukken oplossen waarbij tweezijdig getoetst wordt en de normale verdeling gebruikt wordt;*
- *kunnen vraagstukken oplossen waarbij eenzijdig getoetst wordt en de normale verdeling gebruikt wordt.*

8 Facultatieve uitbreiding

Facultatieve uitbreiding is geen verplichte leerstof. Dit neemt niet weg dat elk van de vermelde onderwerpen een waardevolle bijdrage tot het geheel van de opleiding kan leveren.

Het al dan niet behandelen van een facultatieve uitbreiding is afhankelijk van het aantal lestijden dat na verzekering van de afhandeling van de verplichte leerplanonderdelen rest. Het is aangewezen deze uitbreidingsleerstof ook in de jaarplanning op te nemen.

De vermelde onderwerpen uit deze facultatieve uitbreiding kunnen bijvoorbeeld ook worden behandeld tijdens een complementair lesuur, bovenop de 7 beschikbare lestijden uit het fundamentele gedeelte.

De leerkracht bepaalt zelf welke wiskundige onderwerpen hij facultatief behandelt. Zonder verplichting, zonder limitatief te willen zijn en in willekeurige volgorde worden hieronder een aantal mogelijkheden opgesomd:

- lineaire transformaties;
- logica;
- wiskunde en kunst;
- geschiedenis van de wiskunde;
- differentiaalvergelijkingen;
- fractalen;
- chaos en orde;
- betrouwbaarheidsintervallen;
- financiële algebra;
- lineair programmeren;
- grafen;
- getallenleer;
- reeksontwikkelingen;
- meetkundige toepassingen van complexe getallen;
- uitdieping analytische meetkunde.

Een aantal van deze onderwerpen kan natuurlijk ook als een toepassing of voorbeeld van bestaande leerinhouden worden behandeld, en niet als losstaand geheel.

VERDELING VAN DE BESCHIKBARE LESTIJDEN

Op jaarbasis wordt uitgegaan van 25 weken les.

Dit geeft per leerjaar van de derde graad $7 \text{ lt} \times 25 = 175$ lestijden, wat op graadbasis 350 lt oplevert.

Mogelijk aantal lestijden per profiel:

Structuren	15 lt
Algebra	60 lt
Goniometrie	25 lt
Analyse	140 lt
Meetkunde	55 lt
Discrete wiskunde	15 lt
Statistiek - Kansrekenen	30 lt
Onderzoekscompetentie	10 lt
Totaal	350 lt

Een mogelijke ruwe jaarindeling is hieronder weergegeven. Hierbij is geen rekening gehouden met de eventuele facultatieve uitbreiding en is de onderzoekscompetentie niet opgenomen. Bovendien wordt het profiel "Structuren" niet apart vermeld, zoals de kadertekst en de wenken duiden wordt dit verwerkt in de andere profielen (zoals "Algebra", "Analyse" en "Ruimtemeetkunde").

Eerste leerjaar:

Periode	1 lestijd	1 lestijd	1 lestijd	1 lestijd	1 lestijd	1 lestijd	1 lestijd
sep – dec	Algebra (zonder complexe getallen)				Goniometrie		
jan – maa	Analyse			Ruimtemeetkunde			
apr – jun	Analyse				Ruimtemeetkunde		

Tweede leerjaar

Periode	1 lestijd	1 lestijd	1 lestijd	1 lestijd	1 lestijd	1 lestijd	1 lestijd
sep – okt	Analyse				Complexe getallen		
nov – dec	Analyse			Discrete wiskunde			
jan – maa				Vlakke meetkunde		Stat. – Kansrek.	
apr – jun				Statistiek - Kansrekenen			

PEDAGOGISCH-DIDACTISCHE WENKEN

ICT in het wiskundeonderwijs

ICT mag dan binnen het leerplan wiskunde geen doel op zich zijn; het blijft niettemin het profieloverstijgend pedagogisch-didactisch hulpmiddel bij uitstek met precies binnen de wiskunde een impact afkomstig vanuit de meest diverse invalshoeken. Deze stelling is duidelijk in overeenkomst met wat reeds werd gezegd in de visietekst en in de vakgebonden algemene doelstellingen. Zo mag vanwege de leerkrachten, maar ook vanwege de leerlingen worden verwacht dat zij zich van de beschikbare ICT-middelen bedienen om aldus volgende effecten te bekomen:

- **tijdsbesparend**, wanneer de complexiteit van reken- of tekenwerk dit opdringt;
- **efficiënt**, wanneer bij opdrachten het reken- en/of tekenwerk ondergeschikt is aan de te volgen strategie of redenering;
- **anticiperend**, wanneer geformuleerde prognoses aan hun comptabiliteit moeten worden getoetst;
- **retrospectief**, wanneer verworven resultaten op hun betrouwbaarheid moeten worden gecontroleerd;
- **ondersteunend**, wanneer het bijbrengen van sommige theoretische concepten gebaat is met een visuele presentatie;
- **motiverend**, wanneer bij de start van een nieuw hoofdstuk een adequaat modelprobleem (bij voorkeur vakoverschrijdend) als instap wordt besproken en opgelost.

De **studie van grafieken** die beantwoorden aan ingewikkelde functievoorschriften, de **oplossing van vraagstukken** die uitmonden op stelsels van vergelijkingen, het **natrekken van de correctheid** van een manueel uitgevoerd product van twee matrices, het **onderzoek van de invloed van parameters** in een formule of functievoorschrift, de **keuze van een adequate toepassing** bij het opstarten van extremumonderzoek ...

zie hier slechts een losse en ver van limitatieve greep uit het arsenaal van mogelijkheden uit de verschillende leerplannen wiskunde van de 3e graad SO, die door ICT kunnen worden aangepakt en die doorgaans niet aan één, maar aan verschillende gesignaleerde invalshoeken tegemoetkomen.

Zo bekeken vormt ICT een rode draad doorheen alle per profiel specifiek opgesomde pedagogisch-didactische wenken en mag worden verwacht dat een succesvolle impact op het geheel van het curriculum in sterke correlatie zal staan met de creativiteit vanwege alle betrokkenen, leerkrachten zowel als leerlingen.

1 Structuren

- De eis van permanente ervaring houdt meteen ook in dat het profiel "Structuren" niet het thema kan zijn van één ononderbroken lessenreeks. Kan weliswaar voor het stichten van elk afzonderlijk begrip rijkelijk uit reeds behandelde leerstof worden geput, dan lijkt het niettemin aangewezen het meest opportune moment af te wachten en dat valt allicht samen met de introductie van nieuwe modellen en/of toepassingsgebieden.
- Zo kunnen bespiegelingen rond de verschillende soorten van relaties de weg effenen tot een meer gefundeerd inzicht in de reële functies, kan de notie van groep haar plaats krijgen tijdens het oplossen van vergelijkingen, kunnen de begrippen ring en veld respectievelijk in de theorie van de matrices en van de complexe getallen worden ingeschakeld, kunnen de vectorruimten de aanloop vormen tot de analytische meetkunde. Hoe dan ook dient men de leerling zover te krijgen dat, bij de aanpak van nieuwe deelprofielen, spontaan naar de aangereikte werkinstrumenten uit het profiel "Structuren" wordt gegrepen.
- Schenk vooral aandacht aan de correcte formulering van het eerste axioma van een groepsstructuur: 'inwendig' is niet hetzelfde als 'overall gedefinieerd'. Eenvoudige voorbeelden van de structuren groep, ring, en veld mogen zich niet beperken tot de 'getallevelden'. Extra voorbeelden (o.a. cyclische groepen) moeten de begrippen illustreren en verdiepen.
- Het isomorfisme tussen een vectorruimte en zijn coördinatenruimte moet zeker aan bod komen, maar mag beperkt blijven tot dimensie twee en drie.

- Bij het onderzoek of een gegeven deelverzameling ook een deelruimte is, is het belangrijk dat de leerlingen begrijpen dat één tegenvoorbeeld genoeg is om te concluderen dat de beschouwde verzameling geen deelruimte is.
- In de marge van het profiel “Structuren” hoort enige parate kennis van elementaire begrippen uit de logica, alsook het verwerven van enig inzicht in de betekenis en de rol van diverse noties uit de bewijsvoering.
Tot de eerste soort rekenen we, naast het vlot omspringen met kwantoren, begrippen zoals waar en vals, implicatie, equivalentie, conjunctie, disjunctie, negatie en contrapositie. Tot de tweede soort behoren basisvaardigheden omtrent het onderscheid tussen axioma en stelling, de macht van het tegenvoorbeeld en bewijsmethododes zoals rechtstreeks bewijs, bewijs uit het ongerijmde, bewijs met contrapositie, bewijs door volledige inductie.

2 Algebra

Vergelijkingen

- De basistechnieken van bewerkingen met veeltermen moeten niet expliciet worden herhaald, maar komen voortdurend aan bod in de toepassingen.
- De rationale ongelijkheden moeten niet expliciet worden behandeld. Ze hebben een dienend karakter en komen o.a. aan bod bij de domeinbepaling van irrationale functies. Met behulp van het begrip hoogstegraadsterm kan het tekenonderzoek bij de rationale ongelijkheden overzichtelijk en adequaat worden opgesteld. Bij gelegenheid kunnen ook (eenvoudige) vergelijkingen met absolute waarde worden behandeld.

Matrices, determinanten, stelsels vergelijkingen

- Een matrix kan eenvoudigweg worden gedefinieerd als een rechthoekige tabel reële getallen. Motiverende voorbeelden hiervoor zijn te vinden in talloze praktische toepassingen, maar ook in de methode van Gauss – Jordan bij het oplossen van stelsels vergelijkingen van de eerste graad. De begrippen reguliere matrix en rang van een matrix worden gedefinieerd met behulp van het aantal onafhankelijke rij- en kolomvectoren of met behulp van determinanten. In elk geval zal het verband tussen beide benaderingen worden belicht. De vermenigvuldigingsgroep van de reguliere matrices van de 2e orde als bespreking van structuren ligt voor de hand.
- De gebruikelijke eigenschappen van determinanten dienen geïllustreerd en enkel eventueel te worden bewezen voor orde hoogstens 3. Het moet de leerlingen duidelijk worden gemaakt dat deze eigenschappen nuttig en zelfs noodzakelijk zijn om determinanten op een gemakkelijke of zinvolle manier te ontwikkelen. Vooral bij determinanten met orde groter dan 3 komt dit tot uiting. Ook bij het bespreken van stelsels zal het nodig zijn op deze manier determinanten te ontwikkelen aangezien de bekomen determinant dient te worden ontbonden in factoren. Te ver doorgedreven oefeningen zijn zeker niet aangewezen.
- Bij homogene stelsels is het voor de ruimtemeetkunde van belang de speciale oplossingsmethode voor 2×3 stelsels te kennen. Het bespreken van stelsels kan gebeuren met rangen van matrices of met de Gauss-Jordan-methode. Enkel besprekingen van hoogstens 3×3 stelsels met 1 parameter die aanleiding geven tot een veeltermvergelijking in de parameter met graad hoogstens 3 dienen te worden behandeld.

Complexe getallen

- Het is wenselijk het invoeren van de complexe getallen te motiveren met het zoeken naar oplossingen van vergelijkingen zoals $x^2 = -1$. Een meer meetkundige of axiomatische invoering (via een speciale bewerking in \mathbb{R}^2 of in de verzameling vectoren van het vlak) behoort ook tot de mogelijkheden.
- In elk geval worden de veldstructuur en de vectorruimte-eigenschappen van \mathbb{C} belicht, alsook het isomorfisme met het vlak van Gauss.
- Bij de oplossingsmethododes van veeltermvergelijkingen in \mathbb{C} kan men zich beperken tot:
 - de discriminantmethode bij vierkantsvergelijkingen,
 - het gebruik van de goniometrische gedaante bij binomiaalvergelijkingen,
 - de regel van Horner bij hogeregraadsvergelijkingen.

Een doorgedreven studie van de hoofdstelling van de algebra en haar gevolgen is niet aangewezen.

3 Goniometrie

- Een herhalende instap op het niveau van georiënteerde hoek, goniometrische cirkel en graden ligt voor de hand.
- De grafiek van de goniometrische functies wordt gemaakt op basis van de goniometrische cirkel. Het is niet de bedoeling om een doorgedreven studie te maken van de goniometrische functies. Dat gebeurt in de analysetoepassingen.
- Nochtans zijn goniometrische functies van zo'n groot belang in o.a. de fysica, dat niet te lang mag worden gewacht om er de leerlingen mee kennis te laten maken. In elk geval worden de grafieken geschetst en zullen de eigenschappen van verwante getallen grafisch worden toegelicht: punt-symmetrie, assymmetrie en periodiciteit zijn hier aan de orde. Fysische begrippen zoals amplitude, frequentie en faseverschil en hun notatie $A\sin(\omega t + \varphi)$ kunnen eveneens worden verduidelijkt.
- De uitgebreide interpretatie van de parameters a , b , c en d in het functievoorschrift $a\sin(bx + c) + d$ kan ook onderwerp zijn van studie in de analyse, ondersteund door ICT-technieken. De behandeling van eenvoudige goniometrische basisvergelijkingen kan ook worden uitgesteld tot dan. Alleszins zal de grafische oplossing ervan voorop staan.
- Analytische oefeningen ("identiteit"-bewijsoefeningen) op de formules kunnen ongetwijfeld bijdragen tot het verhogen van de reken- en vooral de redeneervaardigheden bij bewijstechnieken. Men mag hierin echter niet overdrijven en er slechts een beperkte tijd aan besteden. Hoofddoel is het inoefenen van de formules en het manipuleren ervan.
- Toepassingen uit de driehoeksmeting laten toe de sinus- en de cosinusregel te herhalen en tevens de nieuw verworven formules in te oefenen. Men kan enkele toepassingen zien in verband met oppervlakteformules van driehoek, parallellogram en regelmatige veelhoek. Als uitbreiding kunnen sommige formules voor de merkwaardige lijnenstukken en cirkels van een driehoek worden behandeld. Het is in dat geval zeker niet de bedoeling volledigheid na te streven, een zinvolle en beperkte exemplarische selectie volstaat.
- Bij al deze berekeningen dient erover gewaakt dat de leerlingen hun rekentoestel efficiënt leren gebruiken en kritisch afrondingsfouten kunnen inschatten. Zo kunnen bijvoorbeeld tussenresultaten in een geheugen worden bewaard zodat ze met zo klein mogelijke afrondingsfouten in een latere berekening kunnen worden gebruikt.

4 Analyse

Inleidende begrippen

- Het is noodzakelijk dat de leerlingen ook dieper inzicht krijgen in het geordend veld \mathbb{R} en zijn eigenschappen. Supremum en infimum kunnen ofwel gedefiniëerd worden als resp. kleinste bovengrens, grootste ondergrens, ofwel met behulp van hun δ -definitie. Een eventuele veralgemening van het begrip orde is facultatief. Hierna kunnen dan de elementen $+\infty$ en $-\infty$ worden ingevoerd als supremum, resp. infimum van de onbegrensde verzameling \mathbb{R} .
- Het begrip afstand tussen twee reële getallen wordt gedefiniëerd als absolute waarde van het verschil. Een meer algemene behandeling van metrische ruimten is niet nodig. Aan afstand kan direct het begrip (basis-)omgeving worden gekoppeld. In elk geval is het aangewezen ongelijkheden van het type $|x - a| \leq \delta$ in deze context worden behandeld. Het geheel mag op een intuïtief en pragmatisch niveau behandeld worden. Het is helemaal niet de bedoeling in te gaan op de metriek en topologie van het vlak of van \mathbb{R}^2 .

De eerste soorten functies

- De leerlingen hebben reeds vorig jaar kennis gemaakt met reële functies en met enkele basis-'tools' van analyse. Zij hebben de eerste- en tweedegraadsfuncties in detail bestudeerd. De toen aangebrachte elementen zullen nu in de analyse verder en meer algemeen worden uitgediept.
- De leerlingen moeten van de belangrijkste soorten functies het domein (of definitieverzameling) en het beeld (of waardenverzameling) kunnen berekenen. Voor het domein moeten ze de bestaansvoorwaarden van het functievoorschrift opstellen. Eventueel kunnen hier de begrippen afbeelding, injectie, surjectie en vooral bijjectie belicht worden.

- Het even- en oneven-zijn en de periodiciteit moeten zowel vanuit het functievoorschrift als vanuit de grafiek afgeleid worden.
- Cyclometrische functies zijn een toepassing op de conclusies i.v.m. de grafiek van de inverse functie. Deze conclusies moeten niet theoretisch behandeld worden, maar mogen afgeleid worden uit praktijkvoorbeelden van bijvoorbeeld $f(x) = x^2$ en $f(x) = \sqrt{x}$ en de veralgemening ervan.

Continuïteit, limieten en afgeleiden

- Voor het aanbrengen van het begrip continuïteit kan men gebruik maken van een aantal grafieken van willekeurige functies. In deze afdelingen echter moeten de leerlingen ook een definitie van continuïteit kennen en kunnen gebruiken. Om de begripsvorming van continuïteit te ondersteunen zal men tegenvoorbeelden aanbrengen, zoals de trapfunctie (functie van Legendre) of functies met meervoudig voorschrift.
- Bewijzen van alle continuïteitsstellingen zijn niet verplicht. De leraar kan zich beperken tot enkele eenvoudige bewijzen. Ingewikkeld cijferwerk is zeker uit den boze. De eigenschappen van functies die continu zijn op een interval worden enkel meetkundig geïllustreerd aan de hand van voorbeelden en tegenvoorbeelden. Het verband tussen limieten en continuïteit wordt gelegd. Voor $x \rightarrow \pm\infty$ is deze werkwijze zeker nodig aangezien het begrip continuïteit in oneindig niet hoeft te zijn gekend. Belangrijk is dat de leerlingen een minimaal inzicht hebben in de verschillende vormen van discontinuïteit (o.a. perforatiepunt, plotse sprong, verticale asymptoot) via het berekenen van de overeenkomstige limiet leren onderscheiden en kunnen tekenen. Ook zal het de leerlingen duidelijk worden gemaakt dat limieten bij benadering kunnen worden bepaald met rekentoestel of computer.
- Voor het invoeren van het begrip limiet kan het best worden gewacht tot bij de studie van de rationale functie, waar het asymptotische gedrag van de functie het louter punt voor punt tekenen van de grafiek quasi onmogelijk maakt.
- Het invoeren van het begrip limiet en de adequate notaties mogen informeel en vrij intuïtief gebeuren, maar moeten nadien onderbouwd worden door een (ϵ, δ) -definitie. Deze definitie kan echter gedeeltelijk in woorden worden geformuleerd om overdadig gebruik van kwantoren te vermijden.
- Berekenen van limieten moet de leerling doen inzien dat de limietwaarde vaak met de functiewaarde samenvalt, maar dat het de onbepaalde en oneigenlijke limieten zijn die, in samenhang met het opsporen van asymptoten, het ruimst bijdragen tot het tekenen van de grafiek van de betrokken functie.
- Eenmaal het begrip limiet gesticht, is er niets dat belet de begrippen afgeleid getal en afgeleide functie in te voeren, alsook de afleidingsregels op te stellen (al dan niet met bewijs) van veeltermfuncties en rationale functies. Nadien worden ook de afleidingsregels voor de andere types van functies opgesteld.
- Het begrip afgeleid getal kan gedefinieerd worden via een meetkundige benadering (de richtingscoëfficiënt van een raaklijn) of via een fysische (de ogenblikkelijke snelheid van een massapunt). In elk geval moeten de leerlingen uiteindelijk beide betekenissen kennen. Bovendien moeten de leerlingen in staat zijn de vergelijking van de raaklijn in een punt van de grafiek op te stellen en deze te tekenen.
- De rekenregels voor het berekenen van afgeleide functies hoeven niet allemaal te worden bewezen. Het is wel echter wel belangrijk dat leerlingen leren omgaan met bewijstechnieken. De leerlingen moeten ook vlot de rekenregels kunnen toepassen. Het is echter niet de bedoeling de leerlingen te overladen met het berekenen van de afgeleide functie van zeer ingewikkelde functies die in de praktijk nergens voorkomen.
- Met het oog op het bereiken van het hoofddoel zijn het de meetkundige betekenis van het afgeleid getal enerzijds, het tekenverloop van de afgeleide functie anderzijds, die een krachtige bijdrage leveren bij het tekenen van de grafiek van de gegeven functie.
- Wat betreft de numerieke oplossingsmethoden van vergelijkingen zal vooral de contextuele behandeling ervan voorop staan. Men zal de principes en de werkwijzen duiden en wiskundig verantwoord maken. Voor de praktische uitwerkingen ligt het gebruik van ICT voor de hand.

Machten met reële exponenten, inverse functie, goniometrische cirkel

- Wat de drie disparate items uit de titel in de context van de studie van functies bindt, is dat het hulpmiddelen betreft die, in tegenstelling tot de rubrieken vergelijkingen of limieten en afgeleiden, de weg slechts effenen tot zeer specifieke functies.
- De invoering van de machten met reële exponenten als uitbreiding van de machten met gehele exponenten (een korte herhaling is dus op haar plaats) vormt de noodzakelijke introductie tot de studie van de exponentiële functie.
- Het begrip inverse functie legt de brug tussen rationale en irrationale functie, verderop tussen exponentiële en logaritmische functie en tenslotte tussen goniometrische en cyclometrische functie, waarbij bepaalde symmetrieën in de grafieken van functie en inverse functie enige aandacht verdienen.
- De goniometrische cirkel en het werken met radialen in de plaats van graden (wat vervat is in het profiel 'Goniometrie') vormen de ideale aanloop tot de reële goniometrische functies.
- De begrippen continuïteit, limiet, asymptoot, afgeleide en verloop worden bij elke nieuwe soort functie hernomen. Dit manier van werken, een typisch voorbeeld van spiral learning, moet er bij de leerlingen voor zorgen dat deze begrippen op een hoger niveau worden begrepen.
- Ook voor irrationale, goniometrische, cyclometrische, exponentiële en logaritmische functies geldt de opmerking dat bij de voorbeelden en oefeningen niet mag overdreven worden met de moeilijkheidsgraad van de functies.

Rijen en reeksen

Het is niet de bedoeling een diepgaande studie te maken van de vele convergentiecriteria. Enkel voor rekenkundige en meetkundige reeksen moet de algemene convergentievoorwaarde gekend zijn. Verder zal het convergentie criterium van d'Alembert zonder bewijs worden aanvaard en gebruikt. Reeksonwikkelingen zijn niet aan de orde.

Integralen

- Bij de behandeling van het laatste gedeelte van de analyse voor het secundair onderwijs, namelijk integralen, start men best vanuit het begrip oppervlakte en bepaalde integraal. Dit zorgt naar de leerlingen toe voor een grotere motivatie om dit nieuwe begrip aan te leren. Een andere mogelijkheid is om te starten met de onbepaalde integraal en deze te zien als een soort inverse bewerking van afleiden.
- Na de behandeling van de nodige eigenschappen en stellingen om de begrippen primitieve functie en onbepaalde integraal te onderbouwen, stelt men de basisformules van de integraalrekening op. Hierbij dient men natuurlijk rekening te houden met het gegeven dat zowel de integrand als het bekomen resultaat binnen het kader van de bestudeerde functies moet vallen.
- Bij de integratiemethodes ligt de nadruk op het begrijpen en kunnen toepassen van de verschillende methodes. Bij substitutie is het zeker niet de bedoeling om bijvoorbeeld alle mogelijke goniometrische substituties aan bod te laten komen. Integratiemethodes mogen niet tot onnodig en overbodig rekenwerk leiden. Vandaar ook dat bij de integratie van rationale functies het splitsen in partieelbreuken niet aan bod hoeft te komen. Indien men een dergelijke functie zou moeten integreren (bij een toepassing) kan men gebruik maken van ICT. Men kan ICT ook inschakelen om de bekomen resultaten te verifiëren.
- Aangewezen is het om, in de plaats van overdadige aandacht te schenken aan allerlei rekentechnische vaardigheden bij integratiemethodes, ook even stil te staan bij oneigenlijke integralen.
- Wat betreft de numerieke oplossingsmethoden bij bepaalde integralen zal ook hier vooral de contextuele behandeling ervan voorop staan. Men zal de principes en de werkwijzen duiden en wiskundig verantwoorden. Voor de praktische uitwerkingen ligt het gebruik van ICT voor de hand.
- De toepassingen zijn tweeledig: enerzijds toepassingen binnen de wiskunde via het berekenen van oppervlaktes van een vlak gebied, inhoud van een omwentelingslichaam en booglengte van een vlakke kromme; anderzijds toepassingen van buiten de wiskunde. In beide gevallen ligt de nadruk op het vertalen van het gestelde probleem naar wiskundige gedaante, eerder dan op het rekenwerk. Dit laatste kan zeker bij toepassingen door ICT worden overgenomen.

5 Meetkunde

- Meetkunde van 'graad 1, dimensie 2' werd behandeld in het 1ste leerjaar van de 2de graad; van 'graad 1, dimensie 3' behelst de ruimtemeetkunde; van 'graad 2, dimensie 2' behelst de kegelsnedenstudie.
- Toepassingen op de cartesische vergelijking van de bol met ingewikkelde berekeningen worden best vermeden.
- Essentieel is dat de leerlingen vergelijkingen van rechten en vlakken kunnen opstellen in diverse omstandigheden en deze vergelijkingen ook kunnen manipuleren om gewenste informatie in verband met onderlinge stand, afstanden en hoeken te bekomen. Indien gewenst kunnen enkele eigenschappen of stellingen vectorieel of analytisch worden bewezen.
- De parabool, ellips en hyperbool kunnen worden gedefinieerd door middel van hun metrische eigenschap in het vlak. Een alternatieve manier is uit te gaan van de snijding van een kegel door een vlak. Hiervoor moeten dan wel de nodige vergelijkingen en technieken uit de ruimtemeetkunde gekend zijn.
- Het is nuttig, met het oog op de latere oppervlakte-, omtrek- en inhoudsberekening met integralen, om naast de cartesische vergelijkingen ook te beschikken over de stelsels parametervergelijkingen.
- Eens de vergelijkingen bekomen, zal met behulp van afgeleiden of differentiaal in de eerste plaats de vorm van de krommen worden onderzocht. Voorts kunnen constructies voor raaklijn en normaal aan bod komen waarvan de bewijzen langs zuiver analytische weg worden gevonden.

6 Discrete wiskunde

- Het systematisch tellen en opsommen van mogelijkheden staat hier voorop. Dit laatste wordt wel eens verwaarloosd en ook grafische voorstellingswijzen en schema's zoals b.v. het boomdiagram komen te weinig aan bod. Essentieel is dat de leerlingen elk telprobleem beginnen met het geven van voorbeelden van wat moet worden geteld of opgesomd en dat deze voorbeelden in een gepast schema kunnen worden ondergebracht.
- Het is belangrijk de som- en de productregel te behandelen. De link met de logica (conjunctie en disjunctie) en met de verzamelingenleer (unie en productverzameling) kan worden gelegd. Voorts zal ook de aandacht worden getrokken op het feit dat sommige tellingen gemakkelijker gebeuren door ontkenning; d.w.z. door het aantal elementen van het complement te berekenen. Een ver doorgedreven abstracte behandeling met begrippen uit de verzamelingenleer is echter niet gewenst.
- Toepassingen worden gevonden in netwerkproblemen, problemen inzake relaties tussen natuurlijke getallen of problemen m.b.t. niet lineaire veranderingsprocessen. Ook een uitstap naar grafen en fractalen behoort tot de mogelijkheden.
- Alleszins staat het wiskundig interpreteren en modelleren bij het oplossen centraal;
- 'Groeperingen' kunnen pragmatisch worden aangebracht, of via de invalshoek van het aantal injecties en/of surjecties tussen twee eindige verzamelingen.
- Klassiek wordt het verschil tussen combinaties en variaties aangeduid met het al dan niet van belang zijn van de volgorde waarin de elementen moeten worden gekozen. Nochtans moet het de leerlingen duidelijk gemaakt worden dat dit begrip volgorde niet altijd op een chronologische of positionele rangschikking slaat.
- De voorbeelden, oefeningen en vraagstukken hoeven niet noodzakelijk allemaal direct gericht te zijn op gebruik in de kansrekening. Ook bijvoorbeeld woordproblemen) en telproblemen in netwerken kunnen aan bod komen.
- Het binomium van Newton en de eigenschappen van binomiaalcoëfficiënten bieden de mogelijkheid om het sommatieteken Σ in te oefenen.

7 Statistiek - Kansrekenen

- Uitgaande van een gepaste toepassing worden de begrippen kansexperiment, uitkomst, uitkomstenverzameling en gebeurtenis ingevoerd.
- Het begrip kans en dus ook de regel van Laplace worden op een intuïtieve manier bijgebracht als een idealisering van de relatieve frequentie bij het herhaald uitvoeren van een experiment (principe van statistische stabiliteit).

- De som- en complementregel dienen niet formeel te worden onderwezen, maar er wordt wel van de leerlingen verwacht dat ze die regels kennen, deze bij het oplossen van oefeningen gebruiken en zo inzien hoe ze in sommige gevallen de oplossing aanzienlijk vereenvoudigen.
- Ook het begrip voorwaardelijke kans dient te worden aangebracht aan de hand van een geschikt voorbeeld en mag zeker niet worden herleid tot het van buiten leren van een formule. Het gebruik van kansbomen speelt hierbij een zeer belangrijke rol, net als bij het behandelen van problemen die aanleiding geven tot het gebruik van de regel van Bayes.
- Het simuleren van kansexperimenten is een nieuw onderwerp en een duidelijk voorbeeld van de mogelijkheden die worden geboden door het gebruik van ICT.
- De begrippen kansfunctie en verdelingsfunctie kunnen in verband worden gebracht met overeenkomstige begrippen uit de beschrijvende statistiek.
- Bij de behandeling van een toepassing kan trouwens gebruik worden gemaakt van een gelijkaardige tabel als de frequentietabel, zodat verbanden met de statistiek voor de leerlingen duidelijk worden.
- De specifiek te behandelen verdelingsfuncties zullen elk voor zich worden ingeleid door gepaste praktische toepassingen. De nadruk mag hierbij zeker niet liggen op het rekenwerk, noch op het consulteren van tabellen, wel op het gebruik van ICT-middelen.
- De normale verdeling kan worden ingevoerd via een toepassing uit de beschrijvende statistiek, waar, bij een groot aantal gegevens, het histogram naar de klokcurve van Gauss overhelt.
- Het gebruik van de normale verdeling als benadering voor de binomiale verdeling kan bijvoorbeeld voortkomen uit de beperkingen van de aangewende ICT-middelen, waarbij de binomiale verdeling soms beperkingen heeft wat het aantal herhalingen van het experiment betreft.
- In vergelijking met vroeger zijn twee nieuwe onderdelen aan dit profiel toegevoegd: enerzijds een uitbreiding van de beschrijvende statistiek, waarbij nu koppels waarnemingsgetallen worden beschouwd; anderzijds het toetsen van hypothesen, waarbij aan de hand van een aantal gegevens een uitspraak wordt gedaan, waarvan de betrouwbaarheid kan worden nagegaan.
- Het spreekt voor zich dat geen van beide deelprofielen hier een theoretische benadering vereisen. Het is de bedoeling leerlingen te laten kennismaken met een aantal zinvolle mogelijkheden van de statistiek. Dit gebeurt uiteraard aan de hand van goed gekozen voorbeelden.
- Het spreekt eveneens voor zich dat begripsvorming wel heel belangrijk is. Hier kan zeker de nodige tijd aan worden besteed als het rekenwerk volledig gebeurt met behulp van ICT. Een ander voordeel van ICT-gebruik is dat men realistische problemen kan verwerken.

8 Facultatieve uitbreiding

Zoals in de bovenstaande kadertekst reeds vermeld, is dit geen verplicht onderdeel. Als de leerkracht toch opteert voor een van de vermelde onderwerpen, is het aan hem om uit te maken voor welk onderwerp hij kiest. Hij dient hierbij wel te streven naar een zo goed mogelijk afgerond geheel. Deze bedenking zal mee de keuze van het eventuele onderwerp bepalen.

9 Algemene wenken

9.1 Begeleid zelfgestuurd leren

Wat?

Met begeleid zelfgestuurd leren bedoelen we het geleidelijk opbouwen van een competentie naar het einde van het secundair onderwijs, waarbij leerlingen meer en meer het leerproces zelf in handen gaan nemen. Zij zullen meer en meer zelfstandig beslissingen leren nemen in verband met leerdoelen, leeractiviteiten en zelfbeoordeling.

Dit houdt onder meer in dat:

- de opdrachten meer open worden;
- er meer antwoorden of oplossingen mogelijk zijn;
- de leerlingen zelf keuzes leren maken en die verantwoorden;
- de leerlingen zelf leren plannen;
- er feedback is op proces en product;
- er gereflecteerd wordt op leerproces en leerproduct.

De leraar is ook coach, begeleider.

De impact van de leerlingen op de inhoud, de volgorde, de tijd en de aanpak wordt groter.

Waarom?

Begeleid zelfgestuurd leren sluit aan bij enkele pijlers van ons PPGO, o.m.

- leerlingen zelfstandig leren denken over hun handelen en hierbij verantwoorde keuzes leren maken;
- leerlingen voorbereiden op levenslang leren;
- het aanleren van onderzoeksmethodes en van technieken om de verworven kennis adequaat te kunnen toepassen.

Vanaf het kleuteronderwijs worden werkvormen gebruikt die de zelfstandigheid van kinderen stimuleren, zoals het gedifferentieerd werken in groepen en het contractwerk.

Ook in het voortgezet onderwijs wordt meer en meer de nadruk gelegd op de zelfsturing van het leerproces in welke vorm dan ook.

Binnen de vakoverschrijdende eindtermen, meer bepaald “Leren leren”, vinden we aanknopingspunten als:

- keuzebekwaamheid;
- regulering van het leerproces;
- attitudes, leerhoudingen, opvattingen over leren.

In onze (informatie)maatschappij wint het opzoeken en beheren van kennis voortdurend aan belang.

Hoe te realiseren?

Het is belangrijk dat bij het werken aan de competentie de verschillende actoren hun rol opnemen:

- de leraar als coach, begeleider;
- de leerling gemotiveerd en aangesproken op zijn “leer”kracht;
- de school als stimulator van uitdagende en creatieve onderwijsleersituaties.

De eerste stappen in begeleid zelfgestuurd leren zullen afhangen van de doelgroep en van het moment in de leerlijn “Leren leren”, maar eerder dan begeleid zelfgestuurd leren op schoolniveau op te starten is “klein beginnen” aan te raden. Vanaf het ogenblik dat de leraar zijn leerlingen op min of meer zelfstandige manier laat

- doelen voorop stellen;
- strategieën kiezen en ontwikkelen;
- oplossingen voorstellen en uitwerken;
- stappenplannen of tijdsplannen uitzetten;
- resultaten bespreken en beoordelen;
- reflecteren over contexten, over proces en product, over houdingen en handelingen;
- verantwoorde conclusies trekken;
- keuzes maken en die verantwoorden;

is hij al met een of ander aspect van begeleid zelfgestuurd leren bezig.

9.2 Informatie- en communicatietechnologieën (ICT)

Wat?

Onder ICT verstaan we het geheel van computers, netwerken, internetverbindingen, software, simulatoren, etc. Telefoon, video, televisie en overhead worden in deze context niet expliciet meegenomen.

Waarom?

De recente toevloed van informatie maakt levenslang leren een noodzaak voor iedereen die bij wil blijven. Maatschappelijke en onderwijskundige ontwikkelingen wijzen op het belang van het verwerven van ICT. Enerzijds speelt het in op de vertrouwdheid met de beeldcultuur en de leefwereld van jongeren. Anderzijds moeten jongeren niet alleen in staat zijn om nieuwe media efficiënt te gebruiken, maar is ICT ook een hulpmiddel bij uitstek om de nieuwe onderwijsdoelen te realiseren. Het nastreven van die competentie veronderstelt onderwijsvernieuwing en aangepaste onderwijsleersituaties. Er wordt immers meer en meer belang gehecht aan probleemoplossend denken, het zelfstandig of in groep leren werken, het kunnen omgaan met enorme hoeveelheden aan informatie ...

In bepaalde gevallen maakt ICT deel uit van de vakinhoud en is ze gericht op actieve beheersing van bijvoorbeeld een softwarepakket binnen de lessen informatica. In de meeste andere vakken of bij het nastreven van vakoverschrijdende eindtermen vervult ICT een ondersteunende rol. Door de integratie van ICT kunnen leerlingen immers:

- het leerproces zelf in eigen handen nemen;
- zelfstandig en actief leren omgaan met les- en informatiemateriaal;
- op eigen tempo werken en een eigen parcours kiezen (differentiatie en individualisatie).

Hoe te realiseren?

In de eerste graad van het SO kunnen leerlingen adequaat of onder begeleiding elektronische informatiebronnen raadplegen. In de tweede en nog meer in de derde graad kunnen de leerlingen “spontaan” gegevens opzoeken, ordenen, selecteren en raadplegen uit diverse informatiebronnen en –kanalen met het oog op de te bereiken doelen.

Er bestaan verschillende mogelijkheden om ICT te integreren in het leerproces.

Bepaalde programma's kunnen het inzicht verhogen d.m.v. visualisatie, grafische voorstellingen, simulatie, het opbouwen van schema's, stilstaande en bewegende beelden, demo ...

Sommige cd-roms bieden allerlei informatie interactief aan, echter niet op een lineaire manier. De leerling komt via bepaalde zoekopdrachten en verwerkingstaken zo tot zijn eigen “gestructureerde leerstof”.

Databanken en het internet kunnen gebruikt worden om informatie op te zoeken. Wegens het grote aanbod aan informatie is het belangrijk dat de leerlingen op een efficiënte en een kritische wijze leren omgaan met deze informatie. Extra begeleiding in de vorm van studiewijzers of instructiekaarten is een must. Om tot een kwaliteitsvol eindresultaat te komen, kunnen leerlingen de auteur (persoon, organisatie ...), de context, andere bronnen die de inhoud bevestigen en de onderzoeksmethode toevoegen. Dit zal het voor de leraar gemakkelijker maken om het resultaat en het leerproces te beoordelen.

De resultaten van individuele of groepsopdrachten kunnen gekoppeld worden aan een mondelinge presentatie. Het programma “Powerpoint” kan hier ondersteunend werken.

Men kan resultaten en/of informatie uitwisselen via e-mail, blackboard, chatten, nieuwsgroepen, discussiefora ... ICT maakt immers allerlei nieuwe vormen van directe en indirecte communicatie mogelijk. Dit is zeker een meerwaarde omdat ICT zo de mogelijkheid biedt om niet alleen interscolaire projecten op te zetten, maar ook om de communicatie tussen leraar en leerling (uitwisselen van cursusmateriaal, planingsdocumenten, toets- en examenvragen ...) en leraren onderling (uitwisseling lesmateriaal) te bevorderen.

Sommige programma's laten toe op graduele niveaus te werken. Ze geven de leerling de nodige feedback en remediëring gedurende het leerproces (= zelfreflectie en -evaluatie).

9.3 Vakoverschrijdende eindtermen (VOET)

Wat?

Vakoverschrijdende eindtermen (VOET) zijn minimumdoelstellingen, die - in tegenstelling tot de vakgebonden eindtermen - niet gekoppeld zijn aan een specifiek vak, maar door meer vakken of onderwijsprojecten worden nagestreefd.

De VOET worden volgens een aantal vakoverschrijdende thema's geordend: leren leren, sociale vaardigheden, opvoeden tot burgerzin, gezondheidseducatie, milieueducatie, muzisch-creatieve vorming en technisch-technologische vorming (alleen voor ASO).

De school heeft de maatschappelijke opdracht om de VOET volgens een eigen visie en stappenplan bij de leerlingen na te streven (inspanningsverplichting).

Waarom?

Het nastreven van VOET vertrekt vanuit een bredere opvatting van leren op school en beoogt een accentverschuiving van een eerder vakgerichte ordening naar meer totaliteitsonderwijs. Door het aanbieden van realistische, levensnabije en concreet toepasbare aanknopingspunten, worden leerlingen sterker gemotiveerd en wordt een betere basis voor permanent leren gelegd.

VOET vervullen een belangrijke rol bij het bereiken van een voldoende brede en harmonische vorming en behandelen waardevolle leerinhouden, die niet of onvoldoende in de vakken aan bod komen. Een belangrijk aspect is het realiseren van meer samenhang en evenwicht in het onderwijsaanbod. In dit opzicht stimuleren VOET scholen om als een organisatie samen te werken.

De VOET verstevigen de band tussen onderwijs en samenleving, omdat ze tegemoetkomen aan belangrijk geachte maatschappelijke verwachtingen en een antwoord proberen te formuleren op actuele maatschappelijke vragen.

Hoe te realiseren?

Het nastreven van VOET is een opdracht voor de hele school, maar individuele leraren kunnen op verschillende wijzen een bijdrage leveren om de VOET te realiseren. Enerzijds door binnen hun eigen vakken verbanden te leggen tussen de vakgebonden doelstellingen en de VOET, anderzijds door thematisch onderwijs (teamgericht benaderen van vakoverschrijdende thema's), door projectmatig werken (klas- of schoolprojecten, intra en extra muros), door bijdragen van externen (voordrachten, uitstappen).

Het is een opdracht van de school om via een planmatige en gediversifieerde aanpak de VOET na te streven. Ondersteuning kan gevonden worden in pedagogische studiedagen en nascholingsinitiatieven, in de vakgroepwerking, via voorbeelden van goede school- en klaspraktijk en binnen het aanbod van organisaties en educatieve instellingen.

9.4 Onderzoekscapetentie

Wat?

In de specifieke eindtermen voor de verschillende polen in het ASO komt er telkens een onderdeel onderzoekscapetentie voor. Het onderdeel onderzoekscapetentie wordt geconcretiseerd in 3 specifieke eindtermen (SET):

- zich oriënteren op een onderzoeksprobleem door gericht informatie te verzamelen, te ordenen en te bewerken;
- een onderzoeksopdracht voorbereiden, uitvoeren en evalueren;
- de onderzoeksresultaten en conclusies rapporteren en confronteren met andere standpunten.

Deze drie SET kunnen vertaald worden naar een aantal onderzoeksvaardigheden die samen een onderzoekscyclus uitmaken.

Waarom?

Het ontwikkelen van onderzoeksvaardigheden sluit aan bij het PPGO, waarbij we “streven naar de totale ontwikkeling van de persoon: kennisverwerving, vaardigheidsontwikkeling, attitudevorming met bijzondere aandacht voor een kritische en creatieve ingesteldheid ten aanzien van mens, natuur en samenleving”. Het nastreven van onderzoeksvaardigheden sluit aan bij de noodzaak om lerenden efficiënt en effectief te leren omgaan met de veelheid aan informatie. Meer en meer is men genoodzaakt om die informatie te kunnen omzetten van beschikbare naar bruikbare kennis.

Het werken aan onderzoeksvaardigheden ontwikkelt het probleemoplossend vermogen van leerlingen. Het werken aan onderzoeksvaardigheden is een aanzet tot een wetenschappelijke attitude, nodig voor het vervolgonderwijs.

Naast een kennismaking met elementaire onderzoeksvaardigheden van een bepaald wetenschapsdomein dient maximale transfer van deze vaardigheden naar andere contexten nagestreefd te worden.

In het kader van de vakoverschrijdende eindtermen kan het een aangewezen sluitstuk zijn van de leerlijn “leren leren” over de drie graden heen en tevens een belangrijke bijdrage leveren aan “sociale vaardigheden”.

Het werken aan onderzoeksvaardigheden geeft de school mogelijkheden om aan begeleid zelfgestuurd leren te doen.

Hoe te realiseren?

• **Samenwerking tussen leraren**

Om de studielast van de leerlingen en de planlast van de leraren beheersbaar te houden, zijn afspraken en samenwerking met betrekking tot een aantal aspecten onontbeerlijk.

Studielast van leerlingen, bijv.:

- afspraken rond het aantal en de spreiding van de onderzoeksopdrachten;
- transfer van vaardigheden (zie onderzoekend leren in de eindtermen van de basisvorming, bepaalde deelvaardigheden zoals verslaggeving, informatieverwerving en -verwerking, bibliografische verwerking, ...);
- voortbouwen op verworven kennis en vaardigheden;
- coöperatief leren;
- ...

Planlast van de leraren, bijv.:

- afspraken over wie welke deelvaardigheden realiseert;
- gelijkgerichte didactische visie;
- ontwikkelen van bepaalde begeleidings- en evaluatiemodellen, bijv. portfolio, logboek, zelfevaluatie ... ;
- efficiënt gebruik van bepaalde lokalen, materialen en werkmiddelen;
- afspraken over wie wat wanneer begeleidt;
- ...

• **Een gestructureerde aanpak: het OVUR-schema**

Om de SET te realiseren in de verschillende polen van het ASO kan het OVUR-schema (Oriënteren, Voorbereiden, Uitvoeren en Reflecteren) een goede leidraad zijn.

In dit schema kan de onderzoekscyclus in een aantal stappen worden uitgewerkt.

Stappen	
1. Oriënteren	Oriënteren op het onderzoeksprobleem
	Formuleren van onderzoeksvragen
2. Voorbereiden	Maken van een onderzoeksplan
3. Uitvoeren	Verwerven van informatie
	Verwerken van informatie
	Beantwoorden van vragen en formuleren van conclusies
	Rapporteren
4. Reflecteren	Eigen evaluatie van het onderzoeksproces en het onderzoeksproduct.

- **De onderzoeksopdracht als proces**

Het werken met onderzoeksopdrachten biedt mogelijkheden om procesmatig aan de ontwikkeling van onderzoekscompetentie te werken.

Een onderzoeksopdracht is een (begeleid) zelfstandig onderzoek binnen een onderzoeksthema dat aansluit bij één of meerdere vakken van de pool.

Hoewel de onderzoeksvaardigheden in elk vakleerplan zijn opgenomen, dienen ze niet in elk vak gerealiseerd te worden, maar afhankelijk van de onderzoeksopdracht gebeurt dit in samenspraak binnen het geheel van de pool. De concretisering gebeurt op het niveau van de vakgroep.

Met betrekking tot de tweepolige studierichtingen zijn geïntegreerde projecten mogelijk. Daarin komen de onderzoeksvaardigheden uit beide polen aan bod.

- **Evaluatie**

Bij de evaluatie van onderzoekscompetentie gaat het om de mate waarin de leerling de hierboven vermelde eindtermen heeft gerealiseerd. Hierbij kan de leraar het stappenplan als leidraad gebruiken. Bij elke stap zal een aantal beoordelingscriteria moeten opgesteld worden.

MINIMALE MATERIËLE VEREISTEN

Vaklokaal

De leerkracht wiskunde van de derde graad moet in de klas beschikken over een minimum aan tekenmaterieel: (kleur)krijt, geodriehoek en passer.

Het gebruik van een overheadprojector moet eveneens mogelijk zijn.

Integratie van ICT

Het is wenselijk dat het vakgebied wiskunde over minstens één lokaal (eventueel in samenspraak met andere vakgebieden) kan beschikken dat voor ICT is uitgerust en dat door de leerkrachten en de leerlingen voor de lessen wiskunde kan worden gebruikt. Een alternatief is dat de leerlingen tijdens de wiskundeles kunnen beschikken over een grafisch (of symbolisch) rekentoestel, dat al dan niet hun persoonlijke eigendom is.

De school zorgt er alleszins voor dat elke wiskundeleraar gebruik kan maken van minstens één computer met degelijk projectiesysteem of van een grafisch rekentoestel dat symbolisch rekenen toelaat en dat op een didactische manier kan worden ingeschakeld in de les. Aangezien dit leerplan voorziet dat de leerkracht op een didactische manier ICT integreert in de les moet de aanwezige apparatuur van die aard zijn dat dit op een flexibele manier kan gebeuren. Het streefdoel is dat het gebruik van ICT voor ongeveer 20 % van het beschikbare lestijdenpakket wiskunde geen uitzondering is, waarbij dit percentage dient verstaan te worden als de combinatie van demonstratie door de leerkracht en door de leerlingen zelf bestede tijd.

Didactische wiskundesoftware moet beschikbaar zijn voor:

- meetkunde: interactief en dynamisch;
- algebra en analyse: symbolisch rekenwerk, grafieken;
- statistiek: grafieken en diagrammen, berekeningen.

Selectie van materiële uitrusting

De leerlingen bezitten een geodriehoek en passer.

Ze beschikken allen tevens over een, bij voorkeur, zelfde rekentoestel dat geschikt is voor de gekozen studierichting.

De vakgroep wiskunde zal zich onder andere regelmatig beraden over:

- de keuze en het gebruik van handboeken;
- het type rekentoestel waarover de leerlingen in een bepaalde studierichting moeten beschikken;
- de keuze voor de software;
- de invoering van ICT in de wiskundeles;
- de abonnementen op vaktijdschriften wiskunde;
- de eenvormigheid in informatie op muurkrantjes.

Veiligheidsvoorschriften

Inzake veiligheid is de volgende wetgeving van toepassing:

- Codex ;
- ARAB ;
- AREI ;
- Vlarem.

Deze wetgeving bevat de technische voorschriften die in acht moeten genomen worden m.b.t.:

- de uitrusting en inrichting van de lokalen;
- de aankoop en het gebruik van toestellen, materiaal en materieel.

Zij schrijven voor dat:

- duidelijke Nederlandstalige handleidingen en een technisch dossier aanwezig moeten zijn;
- alle gebruikers de werkinstructies en onderhoudsvoorschriften dienen te kennen en correct kunnen toepassen;

- de collectieve veiligheidsvoorschriften nooit mogen worden gemanipuleerd;

de persoonlijke beschermingsmiddelen aanwezig moeten zijn en gedragen worden, daar waar de wetgeving het vereist.

EVALUATIE

1 Doelstelling

Evaluatie kan beschouwd worden als de waardering van het werk waarmee leraar en leerlingen samen bezig zijn. Steeds zal zowel de leerling er wat uit leren (ken ik mijn leerstof?), als de leraar (volg ik een goede methode?), maar daarenboven moet het een uiting zijn van wederzijdse betrokkenheid waarbij kwaliteitszorg wordt nagestreefd.

Bij elke evaluatie wil men dan ook informatie verzamelen waarop men kan steunen om beslissingen te nemen. Dit kunnen beslissingen zijn die tot doel hebben de efficiëntie van het leerproces te vergroten, de doelmatigheid van de studiemethode te verhogen of tot sanctionering te komen.

De leraar moet eruit kunnen afleiden in welke mate hij met de gevolgde methode de vooropgezette doelstellingen heeft bereikt. De ontleding van de behaalde resultaten zal de nodige aanwijzingen geven voor eventuele bijsturing van de didactische aanpak.

De leerling en zijn ouders moeten in de evaluatie (score, commentaar, remediëring) bruikbare informatie vinden over de doelmatigheid van de gevolgde studiemethode.

Omdat evaluatie naar de leerlingen toe enige eenvormigheid moet vertonen over de vakken en de leerjaren heen - wiskunde heeft hierin ook zijn plaats -, is het logisch dat én de school hierover haar visie ontwikkelt via het schoolwerkplan én de betrokken leerkrachten deze visie concretiseren voor hun vak, in casu wiskunde, via de vakgroepwerking.

2 Evaluatievormen

Houd regelmatig overhoringen zoals in de vakgroep overeengekomen. Laat dat niet langer duren dan nodig en spreek op voorhand af over hoeveel tijd de leerlingen kunnen beschikken. Dit kan slechts indien op voorhand de vragen oordeelkundig werden uitgekozen en de duur voor het oplossen werd ingeschat.

Ook attitudes moeten geëvalueerd worden. Volgende aspecten kunnen vrij gemakkelijk in de wiskundelessen beoordeeld worden:

- *belangstelling en inzet*
Werkt de leerling mee in de klas? Hoe wendt hij zijn studietijd aan?
- *kritische geest*
Wat is de persoonlijke inbreng van de leerling? Wat is zijn ontledingszin van een probleem?
- *intellectuele nieuwsgierigheid*
Neemt de leerling initiatieven in en buiten de les? Zoekt hij naar niet opgegeven oefeningen? Leest hij wel eens over bepaalde problemen? Grijpt hij naar ICT?
- *groepswork*
Helpt de leerling anderen? Heeft zijn inbreng een stimulerende of remmende werking?

2.1 Dagelijks werk

De evaluatie “dagelijks werk” heeft tot doel de leerling en zijn ouders tussentijds in te lichten over zijn kennis en zijn attitudes.

De quotering voor “dagelijks werk” steunt op permanente evaluatie. Hierbij wordt niet alleen het bereiken van doelstellingen m.b.t. begripsvorming (definities, eigenschappen ...) en procedures (rekentechnieken, algoritmen ...) beoogd, maar ook deze m.b.t. vaardigheden (rekenvaardigheid, taalvaardigheid, tekenvaardigheid, redeneervaardigheid, abstraheervermogen) en samenhang.

De leerkracht beschikt daarvoor over de volgende middelen:

- observatie in de klas;
- mondelinge overhoringen;
- korte beurten;
- herhalingsbeurten (deeltoetsen);
- (huis)taken.

De terminologie, die desbetreffend in de scholen gehanteerd wordt, kan misschien verschillen. Alleszins wordt hier met “korte beurt” een schriftelijke lesoverhoring van leerstof uit de vorige les bedoeld die kort wordt gehouden. Herhalingsbeurten (deeltoetsen) beogen de evaluatie van grotere leerstofonderdelen en worden op voorhand aangekondigd.

Zijn ideeën overzichtelijk en met voldoende zorg neerschrijven is een doelstelling die wegens tijdgebrek al te vaak wordt verwaarloosd. Daarom is het ten zeerste verantwoord dat de vakgroep zich uitspreekt over de vorm en de regelmaat van (huis)taken. Deze bieden een uitgelezen kans om vaardigheden en attitudes zoals zorg, precisie, inzet, zelfstandigheid of samenwerkingsbereidheid bij de leerling te meten.

2.2 Examens

Examens beogen de evaluatie van de nagestreefde leerstofdoelstellingen tijdens een trimester/semester. Uiteraard zullen de examenvragen een verantwoord evenwicht vertonen tussen reproduceervragen (theorie en herkenbare oefeningen) en differentieervragen (redeneer- en inzichtvragen). Bij het vastleggen van dit evenwicht is men zeker de slaagkansen van de middelmatig begaafde, hard werkende leerling indachtig.

De totale duur van de examens is hoogstens gelijk aan het aantal wekelijkse lestijden.

Bij de eventuele beperking van de leerstof is het vanzelfsprekend dat de examenvragen handelen over essentiële (d.w.z. met het oog op het vervolg van de leerstof) onderdelen van het leerplan. De vraagstelling is erop gericht te peilen naar de verworven inzichten en vaardigheden van de leerling.

Men kan eventueel aanvaarden dat voor het examen die leerstofonderdelen worden weggelaten die voor het volgend leerjaar niet rechtstreeks nodig zijn of die in het volgend leerjaar grondiger behandeld worden, maar dan dienen deze onderdelen expliciet aan bod te komen in een herhalingsbeurt.

De ervaring leert dat het zinvol is - om latere discussies en betwistingen te vermijden - ervoor te zorgen dat de leerlingen kunnen beschikken over:

- een schriftelijk overzicht van de te kennen leerstof;
- een geschreven mededeling waarin staat over welk materieel de leerling mag beschikken op het examen (passer, tekendriehoek, rekentoestel ...).

2.3 Aantal beurten

In de bijgevoegde tabel leest u hoeveel schriftelijke beurten u voor de onderwijsvorm ASO per schooljaar minimaal zult houden. Deze beurten worden gelijkmatig over de evaluatieperiodes gespreid.

Cursus met	korte beurten	Herhalingsbeurten max. 1 lestijd
7 lestijden/week	20	5
5 lestijden/week	15	4
3 lestijden/week	10	3

2.4 Bewaren van documenten

De kopijen van de herhalingsbeurten en van de examens worden overeenkomstig de wettelijke voorschriften bewaard. Vermits de korte schriftelijke beurten ook invloed hebben op de algemene beoordeling van de leerling, worden deze eveneens bewaard tot minstens na de definitieve eindbeslissing. Hierbij wordt rekening gehouden met de termijnen van mogelijke beroepsprocedures.

Bewaar bij de kopijen (van de examens en de herhalingsbeurten):

- een overzicht van de gestelde vragen met puntenverdeling;
- een correctiemodel.

3 ICT-hulpmiddelen

De leerlingen moeten gebruik kunnen maken van informatie- en communicatietechnologie (ICT) om wiskundige informatie te verwerken, berekeningen uit te voeren of wiskundige problemen te onderzoeken.

Deze eindterm moet dus ook geëvalueerd worden. In de lessen wiskunde zal dan ook door de leerling systematisch en verantwoord een grafisch (of symbolisch) rekentoestel of een computer worden gebruikt. De leerstofitems, waarbij tijdens de instructie voor ontwikkeling of voor verwerking gebruik werd gemaakt van deze technologische instrumenten, zullen met de ondersteuning van dezelfde hulpmiddelen moeten worden geëvalueerd. Hierbij dient wel te worden opgemerkt dat ICT een middel is om aan wiskundeonderwijs te doen en geen doel op zich. Ook dit is een belangrijk aandachtspunt bij de evaluatie.

Dit vergt aandacht en aanpassing van de leerkracht bij het opstellen van de vragen, de tijdinvestering en de evaluatie. De werkwijze met het toestel kan een te meten doel zijn.

De school zal ook een inspanning moeten leveren om de leerlingen, die thuis niet over de vereiste hulpmiddelen beschikken, ook op school de mogelijkheid te bieden om zich te bekwamen in het gebruik van ICT-middelen.

Hoe dan ook moet de leerling duidelijk weten wat er van hem verwacht wordt en welke invloed het gebruik van ICT heeft op zijn evaluatie.

Uiteraard is de vakgroep het meest aangewezen orgaan om over deze geëvolueerde evaluatiesituatie te overleggen.

4 Jaarplan

Een jaarplan geeft aan welke leerinhouden voor de vakonderdelen per aangeduide periode (maximaal per maand) beoogd worden.

Het jaarplan:

- helpt de leerkracht gedurende het hele schooljaar een verantwoorde tijdsindeling te respecteren;
- heeft een richtinggevende en ondersteunende functie bij vervanging van de titularis;
- laat de niet-wiskundig-gevormde directeur toe om de betrokken leerkracht te verwijzen naar deze planning.

Een jaarplan dat ook gebruikt wordt voor de aanduiding van de behandelde leerstof veroorzaakt geen supplementair werk.

Een jaarplan mag gedurende het jaar bijgestuurd worden en het wordt elk jaar op zijn haalbaarheid getoetst en zo nodig aangepast.

Een goed jaarplan kan verschillende jaren met succes worden gebruikt.

Het is niet de bedoeling een bepaald model van jaarplan op te leggen. Behalve de identificatiegegevens (zie model) geeft het jaarplan aan volgens welke timing de leerstof wordt behandeld. Liefst wordt er per leerstofitem aangeduid hoeveel lestijden hieraan zullen worden besteed. Het is aangewezen ruimte te voorzien om gegevens te noteren die de reële tijdbesteding hebben beïnvloed (ziekte, uitstap, studiedag ...). Deze notities laten toe om de betrouwbaarheid van de timing te evalueren en zo nodig deze timing aan te passen.

Hierna volgt een voorbeeld van een mogelijke schikking.

SCHOOL:	SCHOOLJAAR:	
LEERKRACHT:		
ONDERWIJSVORM:	STUDIERICHTING:	LEERPLANNUMMER:
GRAAD:	LEERJAAR:	UREN/WEEK: VAK: WISKUNDE

	Voorziene leerstof							Gerealiseerde leerstof
	1 lestijd	1 lestijd	1 lestijd	1 lestijd	1 lestijd	1 lestijd	1 lestijd	
SEPTEMBER	ALGEBRA				MEETKUNDE			
	Noteer hier welke onderwerpen van algebra u in deze maand denkt te behandelen.				Noteer hier welke onderwerpen van meetkunde u in deze maand denkt te behandelen.			
Opmerking	noteer hier o.m. hoeveel lessen er verloren gingen met vermelding van de reden (ziek, uitstap, studiedag ...)							
OKTOBER	noteer het vervolg van de leerstof algebra				noteer het vervolg van de leerstof meetkunde			
								15 oktober
Opmerking	noteer hier o.m. hoeveel lessen er verloren gingen met vermelding van de reden (ziek, uitstap, studiedag ...)							
	...							
XXXX	ALGEBRA			MEETKUNDE				
	noteer het vervolg van de leerstof algebra			noteer het vervolg van de leerstof meetkunde				
								15 XXX
Opmerking	noteer hier o.m. hoeveel lessen er verloren gingen met vermelding van de reden (ziek, uitstap, studiedag ...)							

BIBLIOGRAFIE

Tijdschriften

Euclides, p.a. Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraars, De Schalm 19, NL 8251 LB Dronten

Mathématique et pédagogie, Société belge des Professeurs de mathématique, p.a. SBPM, rue de Trazegnies 87, 6320 Pont-à-Celles

Pythagoras, Drukkerij Giethoorn Ten Brink, Postbus 41 NL-7490 AA Meppel;
www.science.uva.nl/misc/pythagoras

Uitwiskeling, p.a. Celestijnenlaan 200B, 3001 Leuven

Wiskunde & Onderwijs, p.a. Vlaamse Vereniging van Wiskundeleraars, C. Huysmanslaan 60-bus 4, 2020 Antwerpen

Leerboeken

ARGUMENT

DAEMS, J. P. en JENNEKENS, E., De Boeck, Antwerpen

INTEGRAAL

APERS, G. en anderen, Novum, Mechelen

Naslagwerken

AARSSSEN, C. en anderen, *Netwerk (reeks)*, Wolters-Noordhoff, Groningen

ANTON, H., *Calculus (A new Horizon)*, Drexel university, ISBN 0-471-15307-9

ATKINSON, K. E., *An introduction to numerical analysis*, ISBN 0-471-02985-8

BERS, L., *Calculus*, Holt-Rinehart and Winston Inc., ISBN 03-065240-5

BERWAERTS, V. J. en STANDAERD, K., *Welkom bij SI-VEC - SI-eenhedenstelsel*, Standaard Educatieve Uitgeverij, Antwerpen

BERRESFORD, G. C., *Calculus, with applications to the management, social, behavioral, and biomedical sciences*, Prentice-Hall Inc, ISBN 0-13-110628-7

BONNEFROID, G. en DAVIAUD, D. en REVRANCHE, B., *Mathématiques Pythagore (reeks)*, Didier Hatier, Paris

BRUALDI, R.A., *Introductory combinatorics*, ISBN 0-7204-8610-6

BRUM, J. V., *Experiencing geometry*, Wadworth Publishing Company, Belmont (California), ISBN 0-534-00422-9

BURTON, D. M., *The history of mathematics*, London, Allyn and Bacon, ISBN 0205080952

CANGELOSI, J. S., *Teaching Mathematics in Secondary and Middle School: An Interactive Approach*, Prentice Hall, ISBN 0134392337

CLARKE, G. M. en COOKE, D., *A basic course in statistics*, London, Arnold, ISBN 0-7131-2672-8

DEMANA, F., WAITS, B.K., CLEMENS, S.R. en GREENE, M., *Intermediate algebra: a graphing approach*, Addison-Wesley Publishing Company, ISBN 0-201-65001-0

DOXIADIS, A., *Oom Petros en het vermoeden van Goldbach*, De Bezige Bij

DUREN, W. L., Jr, *Calculus and analytic geometry*, Xerox College Publishing, Toronto, ISBN 0-536-00869-8

ENZENSBERGER, H.M., *De telduivel*, De Bezige Bij, ISBN 90-234-8149-6

FINNEY, R.L., THOMAS, G.B., DEMANA, F. en WAITS, B.K., *Calculus: grafical, numerical, algebraic*, Addison-Wesley Publishing Company, ISBN 0-201-56901-9

- FREUDENTHAL, H., *Mathematics as an educational task*, Reidel Publishing Company, Dordrecht, ISBN 90-277-0322-1
- GARDNER, M., *Het mathematische carnaval*, uitgeverij Contact, ISBN 90-254-6695-8
- GARNIER, R. en TAYLOR, J., *100 % Mathematical proof*, ISBN 0-471-96198-1
- GONICK, L. en SMITH, W., *Het stripverhaal van de statistiek*, Epsilon-uitgaven, ISBN 90-504-1037-5
- GRIMALDI, R. P., *Discrete and combinatorial mathematics* (fourth edition), uitg. ADDISON-WESLEY A'dam, ISBN 0-201-19912-2
- GROSJEAN, C. C., VANHELLEPUTTE, C. V. en VANMASSENHOVE, F. R., *Reinaert Systematische Encyclopedie, Wiskunde* (deel 14 (wiskunde 1A), deel 15 (wiskunde 1B), deel 20 (wiskunde 2)), Reinaert uitgaven, Brussel
- GUEDJ, D., *De stelling van de papegaai*, Ambo, ISBN 90-263-1604-6
- HERWEYERS, G. en STULENS, K., *Statistiek met een grafisch rekentoestel*, ACCO, Leuven, ISBN 90-334-4597-2
- HEUGL, H. en KUTZLER, B. en anderen, *DERIVE in education, opportunities and strategies (Proceedings of the 2nd Krems Conference on Mathematics Education)*, Chartwell-Bratt Ltd, ISBN 0-86238-351-X
- HOFSTADTER, D. R., *Gödel, Escher, Bach: een eeuwige gouden band*, Contact
- HUFF, D., *How to lie with statistics*, Penguin Books, ISBN 0-14-021300-7
- JACOBS, R. J., *Geometry*, W. H. Freeman, San Francisco, ISBN 0-7167-0456-0
- JACOBS, H. R., *Mathematics a human endeavor: a book for those who think they don't like the subject*, San Francisco, Freeman, ISBN 0-7167-0439-0
- JORGENSEN, D., *De rekenmeester*, Bzztôh, 's Gravenhage, ISBN 90-5501-722-1
- KAMMINGA-VAN HULSEN, M. en GONDRIE, P. en VAN ALST, G., *Toegepaste wiskunde met computeralgebra*, Academic Service, Schoonhoven, ISBN 90 6233 956 5
- MANKIEWICZ, R., *Het verhaal van de wiskunde*, Uniepers, ISBN 90-682-5259-3
- MASON, J., *Thinking mathematically*, Addison-Wesley Publishing Company, ISBN 0-201-10238-2
- MOORE, D., McCABE, G., *Statistiek in de praktijk, Theorieboek*, Academic Service, Den Haag, ISBN 90 395 1420 8
- MOORE, D., McCABE, G., *Statistiek in de praktijk, Opgavenboek*, Academic Service, Den Haag, ISBN 90 395 1421 6
- PAULOS, J.A., *Er was eens een getal*, Bert Bakker, ISBN 90-351-2059-0
- PAULOS, J.A., *Ongecijferdheid*, Bert Bakker, ISBN 90-351-0789-6
- PAULOS, J.A., *De gecijferde mens*, Bert Bakker, ISBN 90-351-1119-2
- PETSINIS, T., *De Franse wiskundige*, Cargo, ISBN 90-234-5374-3
- POLYA, G., *How to solve it*, Penguin Books, ISBN 0-14-012499-3
- POSAMENTIER, A.S. en SALKIND, C.T., *Challenging problems in geometry*, Dale Seymour Publications, ISBN 0-86651-428-7
- PROTTER, H. P. en MORREY Ch. B., Jr, *Calculus with analytic geometry; a first course*, Addison-Wesley, London.
- RADE, L. en WESTERGEN, B., *BETA / Mathematics Handbook*, ISBN 0-86238-140-1
- SCHUH, F., *The master book of mathematical recreations*, Dover Books, ISBN 0-486-22134-2
- SINGH, S., *Het laatste raadsel van Fermat*, De Arbeiderspers, ISBN 90-295-3728-0
- SPIEGEL, M. R., *College algebra*, Schaum's outline series, ISBN 07-060226-3
- STEEN, L. A., *Mathematics tomorrow*, Springer Verlag, Berlin, ISBN 0-387-90564-2
- STEWART, I., *Flatterland. Like Flatland, only more so*, McMillan, Londen, ISBN 0-333-78312-3
- STEWART, I., *Magisch labyrint*, NIEUWEZIJDS, ISBN 90-571-2036-4

- STEWART, I., *Over sneeuwkrystallen en zebrastrepen*, Davidsfonds, Leuven, ISBN 90-5826-159-X
- STEWART, I., *Waar zijn de getallen?*, Contact, ISBN 90-254-1021-9
- STICHTING CENTRUM VOOR WISKUNDE EN INFORMATICA, *Vakantiecursus 2001 - Experimentele wiskunde*, Amsterdam, ISBN 90-6196-505-5
- STRUİK, D. J., *Geschiedenis van de wiskunde*, Het Spectrum, ISBN 90-274-2210-9
- SWANN, H. en JOHNSON, J., *Prof. E. Mc Squared's Calculus Primer*, ISBN 0-939765-12-8
- TELLER, O., *Vademecum van de wiskunde*, Prisma, ISBN 90-274-4119-7
- THAELS, K., EGGERMONT, H. en JANSSENS D., *Van ruimtelijk inzicht naar ruimtemeetkunde*, Cahiers voor didactiek, Wolters Plantyn, ISBN 90-301-7185-5
- THOMAS, G.B. jr en FINNEY R. L., *Calculus and analytic geometry*, ISBN 0-201-53174-7
- VAN DORMOLEN, J., *Didactiek van de wiskunde*, Utrecht, Bohn-Scheltema-Holkema, ISBN 9031300675
- WELLS, D., *Merkwaardige en interessante wiskundige kwesties*, Bert Bakker, ISBN 90-351-2154-6
- WELLS, D., *Merkwaardige en interessante wiskundige puzzels*, Bert Bakker, ISBN 90-351-1403-5
- WELLS, D., *Woordenboek van eigenaardige en merkwaardige getallen*, Bert Bakker, ISBN 90-351-0527-3
- WERKGROEP WISKUNDE, *Vademecum wiskunde*, Plantijn, ISBN 90-301-5867-0
- WOOTON, W., BECKENBACH, E. F. en FLEMING F. J., *Modern analytic geometry*, Houghton Mifflin Company, Boston, ISBN 0-295-03743-3
- ZEBRA-reeks, Epsilon Uitgaven, Utrecht

Internet

Verwijzingen naar URL-adressen op het gebied van wiskunde zijn te vinden op <http://wiskunde.gemeenschapsonderwijs.net>